



**2ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή
«Το εκπαιδευτικό υλικό στα Μαθηματικά και το
εκπαιδευτικό υλικό στις Φυσικές Επιστήμες: μοναχικές
πορείες ή αλληλεπιδράσεις;»**

Ρόδος, Παρασκευή 14, Σάββατο 15 και Κυριακή 16 Οκτωβρίου 2016

Πρακτικά Συνεδρίου

Επιμέλεια: Μιχαήλ Σκουμιάς, Χρυσάνθη Σκουμπορδή

Ρόδος 2016

2^ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή
«Το εκπαιδευτικό υλικό στα Μαθηματικά και το εκπαιδευτικό υλικό στις Φυσικές Επιστήμες:
μοναχικές πορείες ή αλληλεπιδράσεις;»
Πρακτικά του Συνεδρίου
ISBN: 978-960-86791-6-0

Επιμέλεια έκδοσης: Σκουμιάς Μιχαήλ, Σκουμποροδή Χρυσάνθη
2016. Εργαστήριο Μαθησιακής Τεχνολογίας και Διδακτικής Μηχανικής του Τ.Ε.Π.Α.Ε.Σ. και
Εργαστήριο Φυσικών Επιστημών του Π.Τ.Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Αιγαίου.

Πλήρης βιβλιογραφική αναφορά:
Σκουμιάς Μ. & Σκουμποροδή Χ. (2016). Πρακτικά 2^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου με Διεθνή
Συμμετοχή: «Το εκπαιδευτικό υλικό στα Μαθηματικά και το εκπαιδευτικό υλικό στις Φυσικές
Επιστήμες: μοναχικές πορείες ή αλληλεπιδράσεις;», σελ. 1-811. <http://tee.org/sekrv2016>.
Ημερομηνία πρόσβασης: 09/11/2016.

Χημικές εξισώσεις στο γυμνάσιο με σύμβολα και με προσομοιώματα <i>Γιαννούλα Πανταζή & Γεώργιος Τσαπαρλής</i>	677
Ερευνα Διαθεματικής Διδακτικής Πρότασης στο μάθημα της Ανώσης <i>Δρ. Στέλιος Ορφανός, Δρ. Ιωάννης Καραγιάννης, Δρ. Παναγιώτης Μπερεδήμας, Έλενα Δαφνή & Αικατερίνη Τριανταφύλλου</i>	690
Το παιχνίδι ρόλων ως μέθοδος διδασκαλίας της βιολογίας στην αυλή του σχολείου <i>Μιχαήλ Χατζηγιαννάκης & Τσαμπίκα Γεωργιά</i>	699
ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	
Διδακτικές προτάσεις για τα Μαθηματικά	
Διδακτική πρόταση για μέτρηση αποστάσεων με τη βοήθεια του Pro-bot. <i>Αναστασία Ρεβύθη, Θεόδωρος Κομηνιάς & Κωνσταντίνος Ζαχάρος</i>	711
Διερευνητική προσέγγιση (investigative approach) στα μαθηματικά. Μία διδακτική πρόταση. <i>Χαράλαμπος Μπαμπαρούσης</i>	716
Τέσσερις δραστηριότητες για την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης στην πρωτοσχολική ηλικία <i>Αναστασία Γκουγκουκή & Ξένια Βαμβακοπούλου</i>	721
Εκπαιδευτικό παιχνίδι: Ο Αργημύδης πάει κατασκήνωση! <i>Αυδία Μπαλωμένος & Κωνσταντίνος Τάσης</i>	726
Η εκμάθηση της προπαίδειας στην β' τάξη του δημοτικού σχολείου – Διδακτική πρακτική <i>Αγγελική Τσαμπούρακη</i>	731
Εκπαιδευτικό υλικό για ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά <i>Δήμητρα Ρεμοϊνός & Ευγένιος Ασηρινός</i>	736
Πρόσθεση και αφαίρεση με τη χρήση χειραπτικού και εποπτικού υλικού: Μελέτη περίπτωσης παιδιού με Διάχυτη Αναπτυξιακή Διαταραχή <i>Παρασκευή Κοτσακλαχίδου</i>	742
Δραστηριότητες στα Μαθηματικά: Μελέτη περίπτωσης Μαθηματικά Α' Γυμνασίου <i>Στυλιανή Ζιώγα & Γεώργιος Κατωγιάννης</i>	748
Διδακτικές προτάσεις για τις Φυσικές Επιστήμες	
Ψηφιοποίηση των πειραμάτων της Φυσικής του μαθήματος «Φυσικά Ερευνά και Ανακαλύπτει» της ΣΤ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου <i>Ευαγγελία Δ. Ζαρκανέλα, Γεώργιος Κ. Ζαχαρίας & Κωνσταντίνος Θ. Κώσης</i>	754
«Ταξίδι στ' αστέρια με οδηγό τη μυθολογία» μέσα από Slowmation (Slow Motion Animation) και τη χρήση Τ.Π.Ε. στο Δημοτικό Σχολείο <i>Κωνσταντίνος Φαντέλας, Παρασκευή – Αικατερίνη Κολοκοθά & Βασιλική Σίμνα</i>	759
Μια πρόταση για διεπιστημονική διδασκαλία Γεωγραφίας στην Στ' τάξη του Δημοτικού Σχολείου με πειράματα Φυσικής <i>Γεώργιος Πριμεράκης</i>	765
Η Έννοια της Διαδρομής στο Πλαίσιο Διαφόρων Ψηφιακών Μέσων και Περιβαλλόντων σε Παιδιά Προσχολικής Ηλικίας <i>Αρετή Παπανικολάτου & Δέσποινα Χαλιούλη</i>	770

Τέσσερις δραστηριότητες για την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης στην πρωτοσχολική ηλικία

Αναστασία Γκουλγκούτη¹ & Ξένια Βαμβακούση²

¹ Π.Τ.Ν Πανεπιστήμιου Ιωαννίνων, ngoulgouti@yahoo.gr

² Π.Τ.Ν Πανεπιστήμιου Ιωαννίνων, xvavvak@cc.uoi.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε 4 δραστηριότητες σχετικά με τις επαναλαμβανόμενες κανονικότητες στην πρωτοσχολική ηλικία, εστιάζοντας σε δύο στόχους οι οποίοι θεωρούνται θεμελιώδεις για την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης: α) ο εντοπισμός της μονάδας επανάληψης και β) η σύνδεση του κάθε όρου της κανονικότητας με τη θέση του.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: κανονικότητες, αλγεβρική σκέψη, πρωτοσχολικά μαθηματικά

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης σε παιδιά προσχολικής και πρωτοσχολικής ηλικίας αποτελεί στόχο των αναλυτικών προγραμμάτων διεθνώς. Για την επίτευξη αυτού του στόχου σημαντική θεωρείται η συστηματική ενασχόληση με τις κανονικότητες και, ιδιαίτερα, με αυτές που προκύπτουν από την επανάληψη μιας (σύνθετης) μονάδας από στοιχεία, γνωστές και ως «επαναλαμβανόμενα μοτίβα» (Τζεκάκη, 2010). Προς αυτή την κατεύθυνση κινούνται και τα ελληνικά προγράμματα σπουδών, τουλάχιστον όπως διαφαίνεται από το πιο πρόσφατο (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011) που τελεί σε πύλοτική εφαρμογή. Σε αυτό αναγνωρίζεται για πρώτη φορά ρητά η αξία των κανονικώτων στην ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης.

Ωστόσο, η αξιοποίηση των κανονικώτων με αυτό το στόχο προϋποθέτει κατάλληλο διδακτικό χειρισμό από την/τον εκπαιδευτικό (Clements & Sarama, 2009; Κολάφης, 2009). Όσον αφορά στις επαναλαμβανόμενες κανονικότητες, υπάρχουν δύο ζητήματα που θεωρούνται ιδιαίτερα σημαντικά: ο εντοπισμός της μονάδας επανάληψης και η σύνδεση του κάθε όρου της κανονικότητας με τη θέση του (Βαμβακούση & Καλδομίδου, 2015; Escopios, 1998; Κολάφης, 2009; Rivera & Becker, 2011; Paris et al., 2011; Τζεκάκη, 2010). Τα δύο παραπάνω επιτρέπουν την περιγραφή μιας κανονικότητας με εστίαση στη δομή της και όχι στα εμφανειακά της χαρακτηριστικά, καθώς και τη διατύπωση του κανόνα που τη διέπει με σταδιακά όλο και πιο γενικεύσιμους τρόπους, οι οποίοι μπορούν να οδηγήσουν σε μεγαλύτερες ηλικίες και στην αλγεβρική τυποποίηση του κανόνα.

Τα παιδιά της πρωτοσχολικής ηλικίας συνήθως περιγράφουν μια επαναλαμβανόμενη κανονικότητα (π.χ. της μορφής ABAB...) ακολουθώντας μια «ρυθμική» προσέγγιση (π.χ. απαγγέλλοντας κόκκινο-πράσινο, ...) ή παρατηρώντας τοπικά τη διαδοχή των όρων (π.χ. μετά το κόκκινο είναι το πράσινο, ...). Τέτοιες περιγραφές δεν προϋποθέτουν απαραίτητα ότι έχει εντοπιστεί ο κανόνας (Κολάφης, 2009). Προκειμένου τα παιδιά να εστιάσουν στη δομή της κανονικότητας, απαιτείται συστηματική υποστήριξη από την/τον εκπαιδευτικό, που πρέπει αφενός να γνωρίζει κατάλληλους τρόπους περιγραφής της κανονικότητας και, αφετέρου, να είναι σε θέση να τους διαχειριστεί διδακτικά. Αυτό φαίνεται να αποτελεί σημαντική πρόκληση για τις/τους εκπαιδευτικούς (Βαμβακούση & Καλδρυμίδου, 2015). Επομένως, υπάρχει ανάγκη σχεδιασμού κατάλληλου διδακτικού υλικού για τις κανονικότητες στις μικρές τάξεις, που θα μπορούν να αξιοποιήσουν οι εκπαιδευτικοί.

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΓΙΑ ΤΙΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΕΣ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε τέσσερις δραστηριότητες, που εστιάζουν στον εντοπισμό της μονάδας επανάληψης και στη σύνδεση του κάθε όρου της κανονικότητας με τη θέση του. Οι δραστηριότητες αυτές σχεδιάστηκαν για τις ανάγκες των εργαστηρίων ενός πανεπιστημιακού μαθήματος Διδακτικής των Μαθηματικών. Εδώ παρουσιάζεται η αναθεωρημένη εκδοχή τους, με αλλαγές που ενσωματώθηκαν μετά από αξιολόγηση της εφαρμογής των δραστηριοτήτων από τις φοιτήτριες στην πρακτική τους άσκηση (Βαμβακούση & Καλδρυμίδου, 2015). Οι δραστηριότητες είναι, όσο μπορούμε να γνωρίζουμε, πρωτότυπες, με την εξαίρεση την 4^η που αναφέρεται στη βιβλιογραφία (Κολάφης, 2009). Οι δραστηριότητες αυτές μπορούν να πραγματοποιηθούν στο νηπιαγωγείο, την Α' και τη Β' τάξη, με κατάλληλη διαφοροποίηση του επιπέδου δυσκολίας των εμπλεκόμενων κανονικοτήτων.

1^η Δραστηριότητα

- Στόχοι**
- Αναγνώριση-Συνέχιση Κανονικότητας
 - Διαφοροποίηση κανονικότητας από τυχαία σειρά όρων
 - Κατασκευή κανονικότητας με επανάληψη της μονάδας
 - Εισαγωγή λεξιλογίου (επανάληψη, μοτίβο, κανόνας)

Στην πρώτη φάση της δραστηριότητας η/ο εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να παρατηρήσουν τι θα κάνει. Εισάγει ένα απλό ηχητικό μοτίβο με μονάδα επανάληψης δύο στοιχείων (ABAB..., π.χ. ένα χτύπημα με τα χέρια, ένα χτύπημα χεριών στα πόδια), το οποίο επαναλαμβάνει τουλάχιστον τρεις φορές. Σταματά και ζητά από τα παιδιά να συνεχίσουν. Ζητά από τα παιδιά να εξηγήσουν πώς κατάλαβαν πώς έπρεπε να συνεχίσουν. Αξιοποιεί και επαναδιατυπώνει τις λεκτικές περιγραφές των παιδιών για να εισάγει τους όρους «κανόνας», «επανάληψη» και «μοτίβο» (π.χ. *Βρήκατε τον κανόνα μου! Ένα παλαμάκι, ένα χτύπημα στα πόδια, και πάλι από την αρχή. Το επαναλαμβάνουμε όσες φορές θέλωμε. Φτιάξαμε ένα μοτίβο!*). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται με μονάδα επανάληψης τριών ή περισσότερων στοιχείων. Οι προηγούμενοι όροι επαναχρησιμοποιούνται (π.χ. Θα

φτιάξω τώρα ένα άλλο μοτίβο. Μπορείτε να βρείτε τον κανόνα μου και να συνεχίσετε; Ποιο είναι το κομμάτι που επαναλαμβάνεται;

Μετά από ικανό πλήθος επαναλήψεων, η/ο εκπαιδευτικός ζητά από τα παιδιά να συνεχίσουν μια τυχαία σειρά ήχων. Καθώς ανακύπτει το πρόβλημα (π.χ. τα παιδιά δεν μπορούν να συνεχίσουν ή κάθε παιδί συνεχίζει με το δικό του τρόπο) η/ο εκπαιδευτικός προτρέπει τα παιδιά να εξηγήσουν γιατί συμβαίνει αυτό.

Στη δεύτερη φάση της δραστηριότητας, η/ο εκπαιδευτικός δίνει τη μονάδα επανάληψης και ζητά από τα παιδιά να την επαναλάβουν π.χ. 10 φορές. Στην τρίτη φάση, κάθε παιδί καλείται α) να «παιξεί» ένα μοτίβο, ώστε να συνεχίσουν τα υπόλοιπα, ή β) να διαλέξει μια μονάδα επανάληψης και να ζητήσει από τα υπόλοιπα παιδιά να την επαναλάβουν όσες φορές επιλέξει.

2^η Δραστηριότητα

Στόχοι

- Ανάλυση-σύνθεση κανονικότητας σε μονάδες επανάληψης
- Περιγραφή με χρήση της μονάδας και της θέσης του όρου
- Κατασκευή κανονικότητας

Στην πρώτη φάση της δραστηριότητας, η/ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει το πλακόστρωτο της Εικόνας 1 σε μια λαβρίδα χαρτιού. Πρόκειται για επαναλαμβανόμενη κανονικότητα της μορφής ABAABA... Τα σχέδια μπορούν να γίνουν με μελανοσφραγίδες. Δίνει στα παιδιά ικανό αριθμό από κάρτες Πλακάκι 1-4 (βλ. Εικόνα 1). Τους ζητά να διαλέξουν το πλακάκι με το οποίο πιστεύουν ότι κατασκευάστηκε το πλακόστρωτο και στη συνέχεια να ελέγξουν αν η επιλογή τους είναι σωστή, κατασκευάζοντας πλακόστρωτο με το πλακάκι που διάλεξαν.

Εικόνα 1: Παράδειγμα υλικού για τη Δραστηριότητα 2



Στη δεύτερη φάση ο/η εκπαιδευτικός δίνει στα παιδιά ικανό αριθμό κενών καρτών, μελανοσφραγίδες δύο χρωμάτων και κάθε παιδί (ή ομάδα παιδιών) κατασκευάζει το δικό του πλακάκι (μονάδα επανάληψης) και αντίγραφό του. Τέλος, συνθέτουν το πλακόστρωτο. Ο/η εκπαιδευτικός καλεί τα παιδιά να περιγράψουν πώς έφτιαξαν το πλακάκι τους και πόσες φορές το επανέλαβαν. Προτρέπει τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν το πλήθος των όρων και τη θέση του κάθε όρου για να περιγράψουν το πλακάκι τους (π.χ. Έχει 2 λουλούδια. Το πρώτο λουλούδι είναι μαύρο. Το δεύτερο λουλούδι είναι άσπρο. Το πλακάκι επαναλαμβάνεται 5 φορές).

3^η Δραστηριότητα

- Στόχοι**
- Αναγνώριση-εύρεση λάθους σε επαναλαμβανόμενη κανονικότητα
 - Σύνδεση του όρου της κανονικότητας με τη θέση του

Η/Ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει τη φωτογραφία ενός κομπολογιστή που κάποιος έφτιαξε με βάση ένα μοτίβο και είναι έτοιμος να το δέσει και να το δωρίσει (Εικόνα 2). Πριν το δέσει, ζητά να ελεγχθεί αν το έχει φτιαχτεί σωστά. Τα παιδιά καλούνται να ελέγξουν την κανονικότητα εξηγώντας πού έχει γίνει λάθος. Ο/Η εκπαιδευτικός αφήνει τα παιδιά να προτείνουν τρόπους, αξιοποιώντας τις προτάσεις τους, επαναδιατυπώνοντας και εισάγοντας κατάλληλη ορολογία (π.χ. *Σε ποια θέση έχει γίνει το λάθος;*). Αν δεν προκύψει από τα παιδιά, μπορεί η ίδια να εισάγει την ιδέα της αρίθμησης των όρων της κανονικότητας (π.χ. *Μήπως η τρίτη χάντρα χαλάει το μοτίβο;*)

Εικόνα 2: Παράδειγμα υλικού για τη Δραστηριότητα 3



4^η Δραστηριότητα

- Στόχοι**
- Αναγνώριση-συνέχιση
 - Σύνδεση του όρου της κανονικότητας με τη θέση του
 - Γενίκευση του κανόνα -τοποποίηση

Η/Ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει την εικόνα των βαγονιών ενός τρένου, που είναι αριθμημένα και χρωματισμένα σύμφωνα με ένα μοτίβο της μορφής ABAB... (όπως στην Εικόνα 3).

Εικόνα 3: Παράδειγμα υλικού για τη Δραστηριότητα 3

1 ^ο	2 ^ο	3 ^ο
----------------	----------------	----------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Στο επίπεδο του νηπιαγωγείου, μπορεί να ζητηθεί από τα παιδιά να προβλέψουν τι χρώμα θα έχει, για παράδειγμα, το 8^ο βαγόνι (σε ένα εύρος πλήθους βαγονιών στο οποίο να μπορούν να ελέγξουν εμπειρικά την προβλεψή τους). Στη συνέχεια, τίθεται το ερώτημα: *«Αν ένα βαγόνι είναι μαύρο, τι χρώμα έχει το προηγούμενό του; Τι χρώμα έχει το επόμενο του;»*.

Σε μεγαλύτερα παιδιά, εξοικειωμένα με τους άρτιους και περιττούς αριθμούς, τίθεται επιπλέον το ερώτημα: *«Ποιο είναι το χρώμα του 20^{ου} βαγονιού; Μπορούμε να το βρούμε χωρίς να χρωματίσουμε και τα 20 βαγόνια;»* Αν δεν προταθεί από τα παιδιά, η/ο εκπαιδευτικός στρέφει την προσοχή τους στο γεγονός ότι στους περιττούς αριθμούς αντιστοιχεί το ένα χρώμα, ενώ στους άρτιους το άλλο. Στη συνέχεια, το ερώτημα επανατίθεται για ένα μεγαλύτερο αριθμό, ή τίθεται έτσι ώστε το ζητούμενο να είναι η θέση (π.χ. *Αν το τρένο έχει 40 βαγόνια, σε ποια θέση βρίσκεται το τελευταίο μαύρο βαγόνι;*).

Τέλος, ζητείται να διαποικωθεί ο κανόνας (αν ένα βαγόνι είναι σε θέση περιττού, τότε είναι μαύρο και αν είναι σε θέση άρτιου, τότε είναι γκρι).

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Τα τελευταία χρόνια επισημαίνεται διεθνώς η αξία των κανονικοτήτων για την ανάπτυξη της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης παιδιών πρωτοσχολικής ηλικίας. Προκειμένου να αξιοποιηθούν οι ευκαιρίες που προσφέρει η ένταξη των κανονικοτήτων στα αναλυτικά προγράμματα των πρωτοσχολικών μαθηματικών, απαιτείται κατάλληλη διδακτική διαχείριση. Αυτό προϋποθέτει συστηματική υποστήριξη των εκπαιδευτικών. Προς αυτή την κατεύθυνση κινήθηκε η παρούσα εργασία, στην οποία παρουσιάστηκαν τέσσερις δραστηριότητες με στόχο τον εντοπισμό της μονάδας επανάληψης και τη σχέση μεταξύ του όρου της κανονικότητας με τη θέση.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Clements, D. & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York, NY: Erlbaum
- Economopoulos, K. (1998). What comes next? The mathematics of pattern in kindergarten. Teaching children mathematics. In U. Gellert (Ed), *Proceedings of the 55th annual conference of the Students and Teachers Using Didactic Materials*, 230-233. CIEAEM
- Papic, M. et. al. (2011). Assessing the Development of Preschoolers' Mathematical Patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237-268.
- Rivera, F. & Becker, J. (2011). Formation of pattern generalization involving linear figural patterns among middle school students: Results of a three-year study. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (2), (pp. 323-366). New York, NY: Springer.
- Βαμβακούση, Ε. & Καλδρυμίδου, Μ. (2015). Σχεδιασμός δραστηριοτήτων για τη διδασκαλία κανονικοτήτων από μελλοντικές νηπιαγωγούς: δυσκολίες και προβλήματα. Στο Δ. Δεσλή, Ι. Παπαδόπουλος, Μ. Τζεκάκη, *Πρακτικά 6^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου: Μαθηματικά ΜΕ διάκριση και ΧΩΡΙΣ διακρίσεις* (pp. 208-217). Θεσσαλονίκη: Εν.Ε.Δι.Μ.
- Κολάφης, Π. (2009). *Ο ρόλος των patterns στη μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα*. Αδημοσίευτη μεταπτυχιακή διατριβή. Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών. Ανακτήθηκε από http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl_kylafis.panagiotis.pdf
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). Νέο Πρόγραμμα Σπουδών. Επιστημονικό πεδίο: Προσχολική-Πρώτη Σχολική Ηλικία (Β' μέρος). Ανακτήθηκε από <http://ebooks.edu.gr/info/newps>
- Τζεκάκη, Μ. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζυγός.