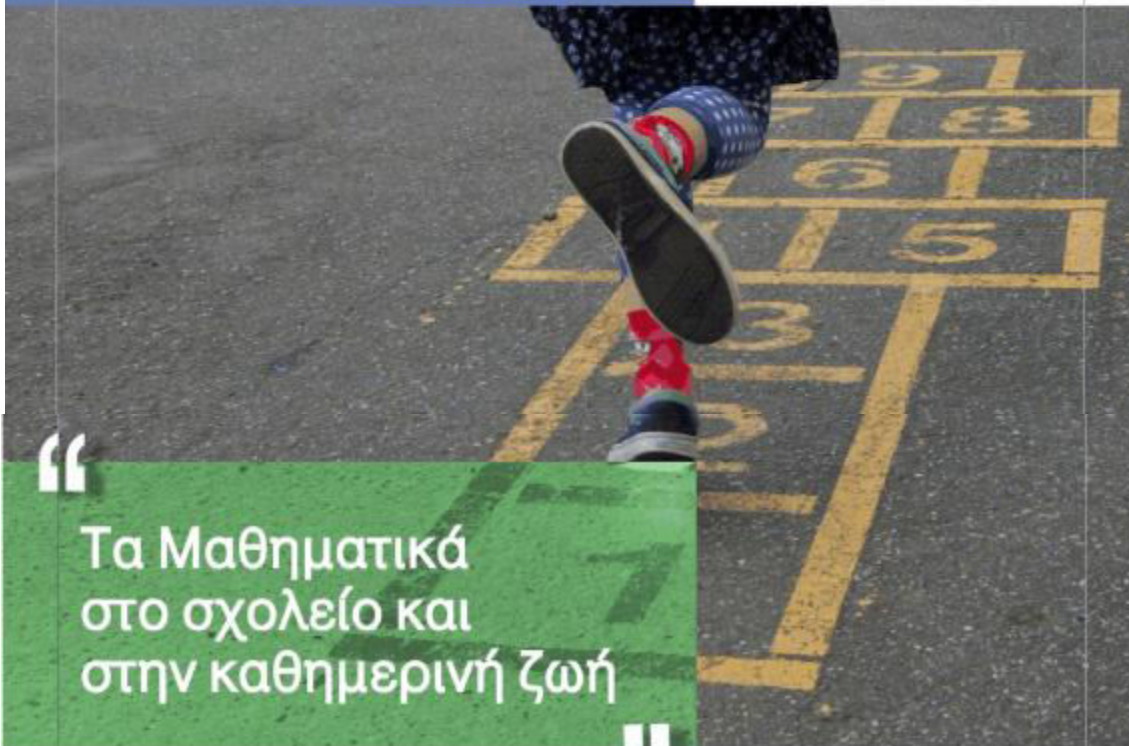


ΣΥΝΕΔΡΙΟ  
**ΕΝΕ**  
**5ΔΙΜ**  
ΕΝΩΣΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΩΝ  
ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ  
ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

**14,15,16**  
**ΜΑΡΤΙΟΥ**  
**2014**  
**ΦΛΩΡΙΝΑ**

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗ  
ΣΧΟΛΗ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ  
ΔΥΤΙΚΗΣ  
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ



“  
Τα Μαθηματικά  
στο σχολείο και  
στην καθημερινή ζωή  
”

<http://enedim2014.web.uowm.gr>

  
ΕΝΩΣΗ  
ΕΡΕΥΝΗΤΩΝ  
ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ  
ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ  
ΤΜΗΜΑ  
ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ  
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ  
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ  
ΕΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

  
ΕΛΛΗΝΙΚΟ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ  
ΣΕΛΕΚΤΟ  
ΚΕΝΤΡΟ ΕΡΕΥΝΑΣ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ  
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

## Σάββατο 15 Μαρτίου 2014

15:30 - 16:30

Ερευνητικές Εργασίες

Αίθουσα Α2

Προεδρεία: Ξ. Βαμβακούση, Μ. Καλδρυμίδου

Στοιχεία της μαθηματικής συμπεριφοράς των νηπίων σε σχέση με τη σύγκριση συνόλων ως προς το πλήθος: τι αλλάζει, όταν αλλάζει το αναλυτικό πρόγραμμα;

Ξ. Βαμβακούση & Μ. Καλδρυμίδου

Κατανόηση γεωμετρικού σχήματος στην προσχολική ηλικία

Κ. Ευαγγέλου & Ι. Ηλία

Σύνθεση σχημάτων στην πρώιμη παιδική ηλικία

Ι. Καπλάνη & Μ. Τζεκάκη

15:30 - 16:30

Ερευνητικές Εργασίες

Αίθουσα Α5

Προεδρεία: Ε. Τσακρίδου, Α. Μούτσιος - Ρέντζος

Διερεύνηση δεξιοτήτων των μαθητών της ΣΤ' Δημοτικού στα Μαθηματικά

Ε. Τσακρίδου, Κ. Στεργίου & Θ. Χατζηπαντελής

Μαθηματικά, σπουδές, καριέρα: διερευνώντας τις αντιλήψεις των φοιτητών της ΑΣΠΑΙΤΕ

Α. Μούτσιος - Ρέντζος & Κ. Κασιμάτη

Η κατανόηση, οι στρατηγικές υπολογισμού και τα λάθη των μαθητών Ε'-ΣΤ' Δημοτικού στην έννοια του εμβαδού και η σχέση με τη χωρική ικανότητα

Α. Χρυσοστόμου

# ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΩΝ ΝΗΠΙΩΝ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΝΟΛΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΠΛΗΘΟΣ: ΤΙ ΑΛΛΑΖΕΙ, ΟΤΑΝ ΑΛΛΑΖΕΙ ΤΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ;

Ξένια Βαμβακούση και Μαρία Καλδρυμίδου

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

xvamvak@cc.uoi.gr mkaldrim@uoi.gr

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

*Σε μια εμπειρική μελέτη συγκρίναμε δύο ομάδες νηπίων στο τέλος της φοίτησής τους, υπό διαφορετικά αναλυτικά προγράμματα. Επικεντρωθήκαμε στον τρόπο με τον οποίο τα νήπια αντιμετωπίζουν τη σύγκριση συνόλων ως προς το πλήθος. Συγκεκριμένα, εξετάσαμε τις διαδικασίες που επιλέγουν, καθώς και το πότε αποφασίζουν να τις χρησιμοποιήσουν. Βρήκαμε ομοιότητες ως προς την πρώτη παράμετρο, αλλά σημαντικές διαφορές ως προς τη δεύτερη.*

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Ο πληθικός αριθμός έχει διπλή λειτουργία: αφενός μας επιτρέπει να χαρακτηρίσουμε το πλήθος των στοιχείων ενός συνόλου και αφετέρου να συγκρίνουμε το πλήθος δύο συνόλων και να αποφανθούμε αν αυτά είναι ισοδύναμα ή όχι. Η σύγκριση λοιπόν συνόλων ως προς το πλήθος των στοιχείων τους αποτελεί ένα βασικό στοιχείο στην οικοδόμηση της έννοιας του αριθμού (Muldoon, Lewis, & Freeman, 2009).

Η σύγκριση συνόλων με πεπερασμένο πλήθος στοιχείων μπορεί να γίνει χωρίς ή με τη χρήση του αριθμού ως εργαλείο. Στην πρώτη περίπτωση, η μέθοδος είναι η 1-1 αντιστοίχιση των στοιχείων τους και είναι η κατ' εξοχήν μέθοδος σύγκρισης συνόλων, δεδομένου ότι επεκτείνεται και στην περίπτωση των απειροσυνόλων. Η δεύτερη μέθοδος (και επικρατούσα στο πλαίσιο της καθημερινής ζωής) συνίσταται στην καταμέτρηση των στοιχείων τους και στη σύγκριση των αποτελεσμάτων της καταμέτρησης.

Στο Νηπιαγωγείο γίνεται η πρώτη συστηματική προσπάθεια υποστήριξης των παιδιών να δομήσουν την έννοια του αριθμού. Τα έργα σύγκρισης συνόλων ως προς το πλήθος τους είναι μια σημαντική συνιστώσα της προσπάθειας αυτής. Η απάντηση στο ερώτημα ποια μέθοδος είναι καταλληλότερη για την εισαγωγή των νηπίων στη σύγκριση συνόλων είναι, φυσικά, συνυφασμένη με τις εκάστοτε επικρατούσες απόψεις για την ψυχολογική βάση της ανάπτυξης της έννοιας του αριθμού.

Υπάρχουν δύο ισχυρές απόψεις για το ζήτημα αυτό, οι οποίες έχουν επηρεάσει σημαντικά την ανάπτυξη των αναλυτικών προγραμμάτων των

μαθηματικών για το νηπιαγωγείο παγκοσμίως. Η πρώτη οφείλεται στον J. Piaget, ο οποίος μελέτησε τη γενική γνωστική ανάπτυξη. Τη δεύτερη υποστηρίζουν ψυχολόγοι οι οποίοι εστιάζουν την εξειδικευμένη κατά πεδίο (domain-specific) ανάπτυξη (για μια εκτενή συζήτηση, βλ. Bideaud, Meljac, & Fischer, 1991).

Σύμφωνα με την Πιαζετιανή άποψη, τα παιδιά που ξεκινούν το νηπιαγωγείο δεν είναι σε στάδιο γνωστικής ανάπτυξης τέτοιο που να τους επιτρέπει να αντιληφθούν τη διατήρηση του πλήθους. Επομένως, η εισαγωγή της καταμέτρησης στο νηπιαγωγείο δεν έχει αξία, αν δεν έχει προηγηθεί εκτεταμένη χρήση της 1-1 αντιστοιχίας, η οποία μπορεί να υποστηρίξει την κατανόηση της έννοιας του πλήθους μιας συλλογής αντικειμένων και τις ιδιότητές της (π.χ. ότι το πλήθος παραμένει αμετάβλητο όταν αλλάζει η διάταξη των αντικειμένων στο χώρο).

Αντίθετα, οι ψυχολόγοι που μελετούν ειδικά την ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού υποστηρίζουν ότι τα μικρά παιδιά, όταν πρόκειται για σύνολα με μικρό πλήθος στοιχείων, έχουν πολύ μεγαλύτερη και πολύ πιο πρόωμη ικανότητα διαχείρισης του πλήθους απ' όσο προβλέπει η πιαζετιανή θεωρία. Επιπλέον, η ικανότητα αυτή μπορεί να υποστηριχθεί σημαντικά από εργαλεία, όπως η αριθμητική ακολουθία, που συνδέονται στενά με τη γλώσσα (Carey, 2009). Επομένως, η κατάκτηση της αριθμητικής ακολουθίας και η χρήση της σε διαδικασίες καταμέτρησης είναι πρωτεύων στόχος για τα Μαθηματικά του Νηπιαγωγείου.

Στο ελληνικό πλαίσιο, δύο διαδοχικά Αναλυτικά Προγράμματα απηχούν, σε μεγαλύτερη ή μικρότερη ένταση, τις διαφορετικές αυτές απόψεις για τα Μαθηματικά του Νηπιαγωγείου και, συγκεκριμένα, όσον αφορά τις προκρινόμενες μεθόδους σύγκρισης συνόλων ως προς το πλήθος.

Το πρώτο, το ΑΠΠΑ (Αναλυτικό Πρόγραμμα Προσχολικής Αγωγής), δημοσιεύθηκε το 1989. Στο πλαίσιο του προγράμματος αυτού επιχειρήθηκε για πρώτη φορά η συγγραφή ενός βιβλίου νηπιαγωγού με συγκεκριμένο περιεχόμενο ανά γνωστικό πεδίο και κατευθύνσεις για την εφαρμογή του προγράμματος (Βενιζέλου κ.ά., 1990). Όσον αφορά τα μαθηματικά (σελ. 239-277), γίνεται καταρχήν ρητή αναφορά στην Πιαζετιανή προσέγγιση στη γνωστική ανάπτυξη και, συνακόλουθα, το περιεχόμενο είναι δομημένο στη βάση των *προμαθηματικών* εννοιών. Η κεντρική ιδέα είναι να προσεγγίσουν τα νήπια βασικές έννοιες και διαδικασίες αρχικά, αλλά και για το σημαντικά μεγαλύτερο μέρος του προγράμματος, χωρίς την εισαγωγή συμβολικών μαθηματικών εργαλείων. Συνεπώς με αυτή την προσέγγιση είναι η αντιμετώπιση της σύγκρισης συνόλων ως προς το πλήθος: δίνεται προτεραιότητα και μεγάλη έμφαση στην 1-1 αντιστοίχιση των στοιχείων τους, η αριθμητική ακολουθία (1-10) εισάγεται πολύ αργότερα για την απαρίθμηση, ενώ βαθύτερη επεξεργασία της σχέσης αριθμού-πλήθους και εισαγωγή αριθμητικών συμβόλων γίνεται για τους αριθμούς 1-5.

Στο τρέχον αναλυτικό πρόγραμμα (ΔΕΠΣ-ΑΠΣ, σελ. 597-600), το οποίο δημοσιεύθηκε το 2001, η 1-1 αντιστοίχιση και η καταμέτρηση συνυπάρχουν ως

επιθυμητοί στόχοι περιεχομένου. Το αντίστοιχο βιβλίο νηπιαγωγού (Δαφέρμου, Κουλούρη, & Μπασαγιάννη, 2006) αναφέρεται ρητά στην αξία της 1-1 προς ένα αντιστοιχίσις για την κατάκτηση της διατήρησης του πλήθους (σελ. 164). Ταυτόχρονα, ωστόσο, αναγνωρίζεται η άτυπη γνώση για τον αριθμό που φέρουν τα νήπια και η αξία της αριθμητικής ακολουθίας και της χρήση της από νωρίς για την ανάπτυξη της κατανόησής τους για τον αριθμό. Δε φαίνεται να δίνεται περισσότερη έμφαση στη μία, σε σχέση με την άλλη, μέθοδο, ούτε υπάρχει ρητή αναφορά στο εύρος της αριθμητικής ακολουθίας που θα προσεγγιστεί στο Νηπιαγωγείο. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι ρητός στόχος του αναλυτικού αυτού είναι τα παιδιά να ενθαρρύνονται να αναπτύξουν «διαδικασίες δοκιμής, επαλήθευσης, και ελέγχου» (σελ. 597), ως παράδειγμα των οποίων προσφέρεται η διαδικασία της 1-1 αντιστοιχίσις. Επιπλέον, ρητός στόχος είναι και η ανάπτυξη δεξιοτήτων επικοινωνίας στο πλαίσιο των μαθηματικών. Συγκεκριμένα, αναφέρεται ότι τα παιδιά θα πρέπει να ενθαρρύνονται να «δίνουν εξηγήσεις για τις επιλογές τους» και να «επιχειρηματολογούν στο πλαίσιο των δυνατοτήτων τους» (σελ. 599).

Συνοψίζοντας, και τα δύο Αναλυτικά Προγράμματα περιλαμβάνουν τόσο τη χρήση της 1-1 αντιστοιχίας, όσο και της απαρίθμησης/καταμέτρησης, αν και με πολύ διαφορετική έμφαση το καθένα. Έτσι, τα νήπια προβλέπεται να έχουν δύο διαφορετικά εργαλεία για τη σύγκριση συνόλων ως προς το πλήθος τους. Επιπλέον, και για τα δύο Αναλυτικά είναι σημαντική η κατάκτηση της ιδέας ότι το πλήθος ενός συνόλου δεν εξαρτάται από τη διάταξη των στοιχείων του στο χώρο. Με αυτό το δεδομένο, τα ερευνητικά μας ερωτήματα αφορούν τη μαθηματική συμπεριφορά των νηπίων στο τέλος της φοίτησής τους στο Νηπιαγωγείο, όταν καλούνται να συγκρίνουν σύνολα ως προς το πλήθος. Συγκεκριμένα, τα νήπια:

- Εφαρμόζουν πράγματι κάποια διαδικασία (π.χ. αντιστοιχίσις, μέτρηση) ή αποφασίζουν με συνολική εκτίμηση;
- Η συμπεριφορά τους ως την εφαρμογή διαδικασίας διαφοροποιείται ανάλογα με την κατάσταση που έχουν να αντιμετωπίσουν; Είναι, δηλαδή, ευέλικτα ως προς την απόφαση για την εφαρμογή ή όχι κάποιας διαδικασίας;
- Το διαφορετικό Αναλυτικό Πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου έχει ως αποτέλεσμα διαφορετική συμπεριφορά ως προς την απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας, καθώς και ως προς τη διαδικασία που τελικά εφαρμόζεται; Ως προς την κατάκτηση της ιδέας ότι το πλήθος ενός συνόλου δεν σχετίζεται τη διάταξη των στοιχείων του στο χώρο ;

Διερευνήσαμε τα ερωτήματα αυτά με μια συγκριτική μελέτη δύο ομάδων νηπίων στο τέλος της φοίτησής στο Νηπιαγωγείο. Η πρώτη ομάδα είχε φοιτήσει στη διάρκεια εφαρμογής του ΑΠΠΑ., ενώ η δεύτερη στη διάρκεια εφαρμογής του ΔΕΠΣ-ΑΠΣ. Συγκεκριμένα, η συλλογή των δεδομένων έγινε και το Μάιο του 1995 και το Μάιο του 2013 αντίστοιχα<sup>1</sup>.

## 2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

### Δημογραφικά χαρακτηριστικά του δείγματος

Το δείγμα αποτελείται από 87 νήπια (43 αγόρια, 44 κορίτσια) για την ομάδα του 1995 (στο εξής, Ομάδα 1) και 47 νήπια (24 αγόρια, 23 κορίτσια) για την ομάδα του 2013 (στο εξής, Ομάδα 2).

Η ηλικία των παιδιών στην Ομάδα 1 κυμαίνεται από 56 μέχρι 72 μήνες με μέσο όρο 67,06 και τυπική απόκλιση 3,978. Στην Ομάδα 2 η ηλικία κυμαίνεται από 42 ως 76 μήνες, με μέσο όρο 68,53 και τυπική απόκλιση 6,554. Τα δύο δείγματα δεν διαφέρουν στη σύνθεσή τους ως προς την ηλικία,  $t(132)=-1,620$ ,  $p>0,05$ .

### Έργα

Χρησιμοποιήσαμε δύο τύπους έργων. Στα έργα του πρώτου τύπου παρουσιάστηκαν δύο μικρά καλάθια, τα οποία περιείχαν τουρμπίνια (ανακατεμένα μέσα στο καλάθι) στους εξής συνδυασμούς: 5 και 15 (Έργο 1), 14 και 15 (Έργο 2), 5 και 5 (Έργο 3). Στο Έργο 1, η μεγάλη διαφορά στο πλήθος καθιστά την αυθόρμητη εφαρμογή διαδικασίας σύγκρισης μη απαραίτητη. Το αντίθετο ισχύει για το Έργο 2, στο οποίο το πλήθος των στοιχείων των δύο συνόλων είναι μεγάλο και, επιπλέον, η διαφορά τους είναι μόνο ένα στοιχείο. Στο Έργο 3, η αυθόρμητη εφαρμογή διαδικασίας δεν είναι ενδεχομένως απαραίτητη για τα παιδιά που έχουν ανεπτυγμένη την ικανότητα για άμεση αναγνώριση (subitizing) και ταυτόχρονα το πλήθος των στοιχείων είναι της τάξης μεγέθους που συναντούν τα νήπια στην πλειονότητα των περιπτώσεων στην τάξη. Από αυτή την άποψη, το Έργο 3 αντιστοιχεί στην πιο οικεία στα παιδιά κατάσταση.

Τα έργα του δεύτερου τύπου (συνολικά 6) είναι εμπνευσμένα από τα πιαζετιανά έργα διατήρησης του αριθμού. Συγκεκριμένα, παρουσιάστηκαν δύο συλλογές αντικειμένων 4 στοιχείων η κάθε μία, διατεταγμένες σε σειρά, η μία πάνω από την άλλη. Η διάταξη των στοιχείων των δύο συνόλων δεν ήταν σε 1-1 αντιστοιχία, έτσι ώστε οι σειρές να διαφέρουν ως προς το πόσο «αραιές» ή «πυκνές» ήταν, ή ως προς το ποιο σημείο άρχιζαν ή τελείωναν. Ο ρόλος αυτών των έργων ήταν να εξετάσουν κατά πόσο η διαφορετική διάταξη στο χώρο των στοιχείων των συλλογών από κυβάκια θα επηρέαζε τις απαντήσεις των νηπίων ως προς το πλήθος τους.

### Διαδικασία

Τα δεδομένα συλλέχτηκαν με ατομική συνέντευξη των νηπίων, στο χώρο του νηπιαγωγείου τους, αλλά όχι μέσα στην κύρια αίθουσα. Σε κάθε έργο, καταγράφηκε αρχικά η αυθόρμητη αντίδραση του κάθε νηπίου. Αν το νήπιο απαντούσε χωρίς να εφαρμόσει κάποια διαδικασία, οι ερευνήτριες<sup>2</sup> το καλούσαν να εξηγήσει την απάντησή του. Συγκεκριμένα, ρωτούσαν «πώς το ξέρεις;» ή ισχυρίζονταν ότι ισχύει το αντίθετο.

### 3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

#### Επιλογή Διαδικασίας

Στον Πίνακα 1 παρουσιάζεται το είδος της διαδικασίας που εφάρμοσαν τα παιδιά και των δύο ομάδων, είτε αυθόρμητα, είτε μετά από παρέμβαση της ερευνήτριας, ανά έργο. Από τον πίνακα φαίνεται ότι όταν τα παιδιά εφαρμόζουν κάποια διαδικασία, αυτή είναι η καταμέτρηση.

	Έργο 1 (5-15)	Έργο 2 (14- 15)	Έργο 3 (5- 5)
Χωρίς διαδικασία	87 64,9%	52 38,8%	31 23,1%
Καταμέτρηση	46 34,3%	77 57,5%	98 73,1%
Σχηματισμός & 1-1 αντιστοιχία	1 0,74%	3 2,2%	5 3,7%
Σχηματισμός & Καταμέτρηση	0 0,0%	2 1,5%	0 0,0%
Σύνολο	134 100%	134 100%	134 100%

**Πίνακας 1: Διαδικασίες που χρησιμοποιήθηκαν στα Έργα 1, 2, 3.**

Αντίθετα, η 1-1 αντιστοιχία χρησιμοποιείται ελάχιστες φορές, ακόμα και από τα νήπια της Ομάδας 1, αν και το Α.Π. τους έδινε μεγάλη έμφαση στη χρήση αυτής της διαδικασίας για τη σύγκριση πλήθους.

Στο Έργο 1, ένας μεγάλος αριθμός νηπίων δικαίως δε χρησιμοποιεί καμία διαδικασία. Ωστόσο, το 38,8% του δείγματος κάνει το ίδιο και στο Έργο 2, όπου η χρήση διαδικασίας είναι απαραίτητη, όταν μάλιστα στο Έργο 3, πολύ μικρότερο ποσοστό του δείγματος (23%) δεν εφαρμόζει διαδικασία.

#### Απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας

Στον Πίνακα 2 παρουσιάζεται η απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας από τα νήπια της Ομάδας 1, συνδυαστικά στα τρία έργα.

Έργο 1 (5-15)	Έργο 2 (14-15)			Σύνολο		
	Καμία διαδικασία	Αυθόρμητα	Μετά από παρ- έμβαση			
Καμία διαδικασία	Έργο 3 (5-5)	Καμία διαδικασία	23 26,4 %	0	1 1,1%	24 27,6%
		Αυθόρμητη διαδικασία	12 13,8%	3 3,4%	3 3,4%	18 20,7%
		Διαδικασία μετά από παρέμβαση	14 16,1%	0	3 3,4%	17 19,5%

	Σύνολο		49	3	7	59
			56,3%	3,4%	8%	67,8%
Αυθόρμητα	Έργο 3 (5-5)	Καμία	0	0	0	0
		διαδικασία	1	5	0	6
		Αυθόρμητα	1,1%	5,7%	0	6,9%
		Μετά από παρέμβαση	0	0	2	2
	Σύνολο		1	5	2	8
			1,1%	5,7%	2,2%	9,1%
Μετά από παρέμβαση	Έργο 3 (5-5)	Καμία	0	0	0	0
		διαδικασία	1	5	8	14
		Αυθόρμητα	1,1%	5,7%	9,1%	16,1%
		Μετά από παρέμβαση	1	2	3	6
	Σύνολο		2	7	11	20
			2,2%	8%	12,6%	23%

**Πίνακας 2: Εφαρμογή διαδικασίας στα έργα από την Ομάδα 1 (1995)**

Με βάση τα δεδομένα του Πίνακα 2, από τα νήπια της Ομάδας 1 δεν εφαρμόζει καμία διαδικασία το 67,8% στο Έργο 1, το 59,6% στο Έργο 2 και το 27,6% στο Έργο 3. Αξίζει να σημειωθεί ότι το 24% της Ομάδας 1 δεν αποφασίζει να εφαρμόσει διαδικασία σε κανένα από τα 3 έργα.

Το μεγάλο ποσοστό που δεν εφαρμόζει καμία διαδικασία στο Έργο 1 δικαιολογείται. Ωστόσο, το 56,3% των νηπίων αυτών (και το 59,6% της Ομάδας 1) δεν εφαρμόζει καμία διαδικασία ούτε στο Έργο 2, όπου αυτό είναι απαραίτητο. Επιπλέον, μόνο το 17,2% της Ομάδας 1 αποφάσισε αυθόρμητα την εφαρμογή διαδικασίας στο Έργο 2 και ακόμα 12,6% των νηπίων εφαρμόζει διαδικασία μετά από παρέμβαση του ερευνητή. Θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι το πλήθος είναι πολύ μεγάλο για να μετρηθεί από αυτά τα νήπια, που δεν έχουν γνώσεις σε αριθμούς πάνω από το 10 –(εντούτοις η μη εφαρμογή ούτε της 1-1 αντιστοιχίας, στη χρήση της οποίας τα νήπια αυτής της ομάδας αυτής είναι πολύ εξοικειωμένα δημιουργεί ένα σημαντικό ερώτημα).

Επισημαίνουμε ότι το 43,7% και το 28,6% των νηπίων εφαρμόζει διαδικασία αυθόρμητα και μετά από παρέμβαση, αντίστοιχα, στο Έργο 3, το οποίο αντιστοιχεί σε μια οικεία κατάσταση για τα παιδιά. Από τα νήπια αυτά, το 55,6% δεν εφάρμοσε διαδικασία σε κανένα από τα δύο άλλα έργα, ενώ το 54% εφάρμοσε διαδικασία στο Έργο 2.

Με το κριτήριο  $\chi^2$  εξετάσαμε τη σχέση ανάμεσα στα έργα και την απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας. Προέκυψε ότι υπάρχει σημαντική συσχέτιση για όλους τους συνδυασμούς έργων [Έργα 1-2:  $\chi^2(2) = 49,954$ ,  $p < 0,001$ , Έργα 1-3:  $\chi^2(2) =$



18,752,  $p < 0,001$ , Έργα 2-3:  $\chi^2(2) = 25,456$ ,  $p < 0,001$ ]. Δηλαδή, στην Ομάδα 1 η απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας δε διαφοροποιείται ανάλογα με το έργο

Στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την απόφαση εφαρμογής διαδικασίας για την Ομάδα 2, συνδυαστικά ανά έργο:

Έργο 1 (5-15)		Έργο 2 (14-15)			Σύνολο ο	
		Καμία διαδικασία	Αυθόρμητα	Μετά από παρ- έμβαση		
Καμία διαδικασία	Έργο 3 (5-5)	Καμία διαδικασία	0	4 8,5%	1 2,1%	5 10,6%
		Αυθόρμητα	0	7 14,9%	6 12,8%	13 27,7%
		Μετά από παρέμβαση	0	3 6,4%	7 14,9%	10 21,3%
		<b>Σύνολο</b>	0	14 29,8%	14 29,8%	28 59,6%
Αυθόρμητα	Έργο 3 (5-5)	Καμία διαδικασία	0	0	0	0
		Αυθόρμητα	0	3 6,4%	0	3 6,4%
		Μετά από παρέμβαση	0	0	0	0
		<b>Σύνολο</b>	0	3 6,4%	0	3 6,4%
Μετά από παρέμβαση	Έργο 3 (5-5)	Καμία διαδικασία	0	1 2,1%	1 2,1%	2 4,3%
		Αυθόρμητα	0	5 10,6%	5 10,6%	10 21,3%
		Μετά από παρέμβαση	0	2 4,3%	2 4,3%	4 8,7%
		<b>Σύνολο</b>	0	8 17%	8 17%	16 34%

**Πίνακας 3: Απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας από την Ομάδα 2 (2013)**

Με βάση τα δεδομένα που εμφανίζονται στον Πίνακα 3, παρατηρούμε ότι στην Ομάδα 2, αντίθετα με την Ομάδα 1, όλα τα νήπια εφάρμοσαν διαδικασία σε τουλάχιστον ένα από τα έργα. Μάλιστα, το 36,2% εφάρμοσε διαδικασία σε όλα τα έργα.

Το 59,6% δεν εφάρμοσε καμία διαδικασία στο Έργο 1, ενώ το 34% το έκανε μετά από παρέμβαση, ενδεχομένως ως προσαρμογή στην επιθυμία της ερευνήτριας. Στο Έργο 2, όλα τα νήπια της Ομάδας 2 εφαρμόζουν διαδικασία, είτε αυθόρμητα (53,2%), είτε μετά από παρέμβαση (46,8%). Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι

το 10,6% της Ομάδας 2 εφάρμοσε διαδικασία μόνο στο Έργο 2, όπου αυτό ήταν απολύτως απαραίτητο. Τέλος, στο Έργο 3, το 84,4% της Ομάδας 2 εφάρμοσε διαδικασία, είτε αυθόρμητα (55,4%), είτε μετά από παρέμβαση (29%).

Με το κριτήριο  $\chi^2$  εξετάσαμε τη σχέση ανάμεσα στα έργα και την απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας. Προέκυψε ότι δεν υπάρχει σημαντική συσχέτιση για κανέναν από τους συνδυασμούς έργων [Έργα 1-2:  $\chi^2(2)= 2,820$ ,  $p>0,05$ , Έργα 1-3:  $\chi^2(2)=3,652$ ,  $p>0,05$ , Έργα 2-3:  $\chi^2(2)= 2.864$ ,  $p>0,05$ ]. Δηλαδή, η απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας των νηπίων της Ομάδας 2 διαφοροποιείται ανάλογα με το έργο.

### Απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας: Σύγκριση των δύο ομάδων

Με το κριτήριο  $\chi^2$  εξετάσαμε τη σχέση ανάμεσα στην Ομάδα (1, 2) και την απόφαση για εφαρμογή διαδικασίας σε κάθε έργο χωριστά. Προέκυψε στατιστικά σημαντική συσχέτιση μόνο για το Έργο 2 [Έργο 1:  $\chi^2(2)= 2,001$ ,  $p>0,05$ , Έργο 2:  $\chi^2(2)= 46,828$ ,  $p<0,001$ , Έργο 3:  $\chi^2(2)=3,002$ ,  $p>0,05$ ]. Δηλαδή, οι δύο ομάδες διαφοροποιούνται στην περίπτωση του Έργου 2, όπου είναι απαραίτητη η εφαρμογή διαδικασίας. Στο Έργο 1, όπου η διαφορά πλήθους είναι πολύ μεγάλη η πλειοψηφία των νηπίων δεν χρησιμοποιεί καμία διαδικασία. Στο δε Έργο 3, όπου έχουμε μικρό πλήθος και η κατάσταση είναι πιο οικεία και παρόμοια με τη μεγάλη πλειοψηφία των αντίστοιχων δραστηριοτήτων που γίνονται συνήθως στο Νηπιαγωγείο, έχουμε μια παρόμοια συμπεριφορά, όπου το 43,7% των παιδιών της Ομάδας 1 και το 52,4% των παιδιών της Ομάδας 2 εφαρμόζουν αυθόρμητα διαδικασία σύγκρισης.

### Σχηματισμοί

Στον Πίνακα 4 παρουσιάζεται η συχνότητα και το ποσοστό των σωστών και των λανθασμένων απαντήσεων στα 6 έργα του δεύτερου τύπου, δηλαδή στους σχηματισμούς, συνολικά (για λόγους οικονομίας χώρου). Αναφερόμαστε στις απαντήσεις των παιδιών πριν οποιαδήποτε παρέμβαση από τις ερευνήτριες.

Ομάδα	Λάθος	Σωστό	Καμία Απάντηση	Σύνολο
1 (N=87)	147 28,2%	369 70,7%	6 1,1%	522 100%
2 (N=47)	26 9,2%	256 90,8%	0 0%	282 100%

**Πίνακας 4: Συχνότητα και ποσοστό των απαντήσεων στο σύνολο των 6 έργων για τους σχηματισμούς,**

Η Ομάδα 2 απάντησε σωστά στα έργα με μεγαλύτερη συχνότητα από την Ομάδα 1. Η συσχέτιση απάντησης (σωστή/ λανθασμένη) με την ομάδα (1,2) ήταν στατιστικά σημαντική,  $\chi^2(2)= 39.8724$ ,  $p<0,001$ . Αξίζει να σημειωθεί ότι το 70,2%

της Ομάδας 2 απάντησε συστηματικά σωστά και στα 6 έργα, έναντι του 58,6% της Ομάδας 1. Επιπλέον, το 23% της Ομάδας 1 έδωσε λανθασμένη απάντηση και στα 6 έργα, ενώ αυτό δεν παρατηρήθηκε για κανένα παιδί της Ομάδας 2.

Επισημαίνουμε επίσης ότι όλα τα παιδιά της Ομάδας 2 αιτιολόγησαν τις απαντήσεις τους είτε αναφερόμενα στο πλήθος (ενδεχομένως, αναγνωρίζοντάς το άμεσα), είτε καταμετρώντας. Η 1-1 αντιστοίχιση χρησιμοποιήθηκε 26 φορές (5% των αιτιολογήσεων σε όλα τα έργα) από την Ομάδα 1. Το 39,8% των απαντήσεων της Ομάδας 1 δόθηκαν χωρίς εξήγηση, με άσχετη εξήγηση, ή με συνολική εκτίμηση (π.χ. «Το είδα»). Όπως και στα έργα του πρώτου τύπου, όταν τα παιδιά της Ομάδας 1 εφάρμοσαν κάποια διαδικασία, αυτή ήταν κατά κύριο λόγο η καταμέτρηση.

#### 4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Συγκρίναμε δύο ομάδες νηπίων, στο τέλος της φοίτησής τους στο νηπιαγωγείο, υπό δύο διαφορετικά αναλυτικά, καταρχήν ως προς τη διαδικασία που επιλέγουν προκειμένου να συγκρίνουν δύο σύνολα ως προς το πλήθος. Τα αποτελέσματά μας έδειξαν ότι η 1-1 αντιστοίχιση χρησιμοποιήθηκε ελάχιστα, παρά το γεγονός ότι η σημασία της τονίζεται και στα δύο αναλυτικά, με πολύ μεγαλύτερη έμφαση στο παλιότερο. Όταν τα νήπια επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν κάποια διαδικασία, εφάρμοσαν την καταμέτρηση. Αυτό ίσχυσε και για την Ομάδα 1, ακόμα και στα έργα που ο πληθικός αριθμός των συνόλων υπερέβαινε το αριθμητικό εύρος στο οποίο κινήθηκαν στη διάρκεια της φοίτησής τους. Φαίνεται ότι τα νήπια δεν οικειοποιήθηκαν την 1-1 αντιστοίχιση ως διαδικασία σύγκρισης συνόλων ως προς το πλήθος. Ενδεχομένως, η εισαγωγή της καταμέτρησης προκάλεσε την εγκατάλειψη της 1-1 αντιστοίχισης. Μια διαφορετική ερμηνεία είναι ότι τα νήπια ήταν ήδη εξοικειωμένα με την καταμέτρηση στο πλαίσιο του εξωσχολικού τους περιβάλλοντος και η 1-1 αντιστοίχιση ήταν μια διαδικασία με ενδοσχολική μόνο αξία.

Τα νήπια της Ομάδας 2 επέλεξαν να χρησιμοποιήσουν διαδικασία σύγκρισης συχνότερα από την Ομάδα 1. Επιπλέον, επέδειξαν μεγαλύτερη ευελιξία ανάλογα με την κατάσταση που είχαν να αντιμετωπίσουν, όπως φάνηκε τόσο από τη σύγκριση των έργων για κάθε ομάδα, όσο και από τη σύγκριση των ομάδων ανά έργο. Τα νήπια της Ομάδας 1 επέλεξαν τη χρήση διαδικασίας όχι στο Έργο 2, όπου αυτό ήταν απαραίτητο, αλλά στο Έργο 3, όπου το πλήθος των συνόλων ήταν στο αριθμητικό εύρος που προέβλεπε το αναλυτικό τους πρόγραμμα.

Μια πιθανή ερμηνεία των αποτελεσμάτων αυτών είναι ότι η έμφαση που δίνει το τρέχον αναλυτικό (ΔΕΠΣ-ΑΠΣ) στην ανάπτυξη δεξιοτήτων επικοινωνίας στο πλαίσιο των μαθηματικών, καθώς και στην ανάπτυξη διαδικασιών ελέγχου ή επαλήθευσης, συμβάλλει στην εκλέπτυνση της μαθηματικής συμπεριφοράς των νηπίων. Πράγματι, τα έργα του πρώτου τύπου θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως καταστάσεις οι οποίες απαιτούν τη χρήση μιας διαδικασίας είτε αυθόρμητα, για έλεγχο, είτε μετά από παρέμβαση, ως εξήγηση της απάντησης. Ασφαλώς, δεν μπορεί να αποκλείσει κανείς και την ενδεχόμενη επιρροή ευρύτερων κοινωνικο-

πολιτισμικών αλλαγών που συνέβησαν στο χρονικό διάστημα που μεσολάβησε ανάμεσα σε αυτές τις γενιές νηπίων.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το εύρημα ότι τα παιδιά της Ομάδας 2 τα πήγαν καλύτερα και στα έργα του δεύτερου τύπου, τα οποία αποτελούν βασικό στοιχείο του παλιότερου αναλυτικού προγράμματος. Επιπλέον, τα νήπια της Ομάδας 1 δε χρησιμοποίησαν ούτε σε αυτή την περίπτωση την 1-1 αντιστοίχιση, ενώ δε χρησιμοποίησαν συστηματικά ούτε την καταμέτρηση, παρά το γεγονός ότι το πλήθος των στοιχείων (4) ήταν στο πλαίσιο των δυνατοτήτων τους.

Θα θέλαμε να επισημάνουμε, ωστόσο, ότι παρά την καλύτερη επίδοση της Ομάδας 2, το 30% των νηπίων αυτών δίνει τουλάχιστον μία λανθασμένη απάντηση στα έργα του δεύτερου τύπου. Το γεγονός αυτό δηλώνει ότι το ζήτημα της αναγνώρισης ότι η διάταξη των στοιχείων ενός συνόλου στο χώρο δε σχετίζεται με το πλήθος των στοιχείων παραμένει ένα ζητούμενο για αρκετά παιδιά αυτής της ηλικίας, ανεξάρτητα από την ικανότητά τους στην καταμέτρηση.

## ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. Από το 2012-2013 άρχισε η πιλοτική εφαρμογή νέου Αναλυτικού Προγράμματος. Τα νηπιαγωγεία που συμμετείχαν στην έρευνα ακολουθούσαν το ΔΕΠΣ-ΑΠΣ2.
2. Οι συγγραφείς θα ήθελαν να ευχαριστήσουν την Ελένη Μουλά, Νηπιαγωγό, και την Ευμορφία Παλιανοπούλου, φοιτήτρια του Παιδαγωγικού Τμήματος Νηπιαγωγών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, για τη βοήθειά τους στη συλλογή δεδομένων για την παρούσα έρευνα, στις δύο χρονικές περιόδους αντίστοιχα.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bideaud, J., Meljac, C., & Fischer, J.P. (1991). *Les chemins du nombre*. Lille, France: Presses Universitaires du Septentrion.
- Carey, S. (2009). *The origin of concepts*, Oxford: Oxford University Press
- Muldoon, K., Lewis, C. & Freeman, N. (2009). Why set-comparison is vital in early number learning. *Trends in Cognitive Sciences*, 13(5), 203-208.
- ΑΠΠΑ (Αναλυτικό Πρόγραμμα Προσχολικής Αγωγής), Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, ΦΕΚ 208/26-9-1989, τχ Α
- ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ (Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών), Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, ΦΕΚ 1366/18-10-2001, τχ. Β.
- Βενιζέλου, Γ., Καλαμπαλίκη, Ε., Καλοστύπη, Α., Κονταξάκης, Γ., Λαυρεντάκη, Φ., Μαυροειδής, Γ., Πατρίκη, Α. (1990). *Βιβλίο δραστηριοτήτων για το νηπιαγωγείο – βιβλίο νηπιαγωγού*. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων.
- Δαφέρμου, Χ., Κουλούρη, Π., Μπασαγιάννη, Ε. (2006). *Οδηγός Νηπιαγωγού: Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί-Δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης*. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων.