

Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΩΣ ΠΡΟΓΝΩΣΤΙΚΟΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΤΟΜΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΣΤΗΝ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΤΙΚΗ ΓΝΩΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Μαρία Μπεμπένη*, Σταυρούλα Πουλοπούλου**, Ξένια Βαμβακούση*

*Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, **Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών

mbempeni@cc.uoi.gr, spouloro@gmail.com, xvamvak@uoi.gr

Στην παρούσα μελέτη, ελέγξαμε τις υποθέσεις ότι α) υπάρχουν ατομικές διαφορές στην εννοιολογική και διαδικαστική γνώση για τα κλάσματα και οι διαφορές αυτές παραμένουν ακόμη και στις τελευταίες τάξεις του Γυμνασίου, β) οι διαφορές αυτές εξηγούνται από διαφορές στη μάθηση και τη μελέτη των μαθηματικών (επιφανειακή/βαθιά προσέγγιση). Οι συμμετέχοντες στην έρευνα ήταν 463 μαθητές της Α' και Γ' Γυμνασίου. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι υπάρχουν ατομικές διαφορές όσον αφορά τα δύο είδη γνώσης και ότι οι μαθητές με προχωρημένη εννοιολογική και διαδικαστική γνώση στα κλάσματα παρουσιάζουν στοιχεία βαθιάς προσέγγισης στη μάθηση και τη μελέτη των μαθηματικών.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Η διάκριση ανάμεσα στην εννοιολογική και τη διαδικαστική γνώση, παρά την κριτική που έχει δεχτεί, παραμένει χρήσιμη στην έρευνα για τη μάθηση των μαθηματικών (Star & Stylianides, 2013; Vamvakoussi, Bempeni, Pouloroulou, & Tsiplaki, 2019). Ως διαδικαστική ορίζεται η γνώση διαδικασιών αλγοριθμικού τύπου, ενώ, ως εννοιολογική, η γνώση για τις έννοιες σε ένα γνωστικό πεδίο (Rittle-Johnson & Schneider, 2015), όπου με τον όρο «έννοιες» αναφερόμαστε σε κατηγορίες (μαθηματικές έννοιες, σχέσεις και διεργασίες, Vamvakoussi et al., 2019).

Το επικρατούν μοντέλο για τη σχέση ανάμεσα στα δύο είδη γνώσης είναι το μοντέλο της Rittle-Johnson και των συνεργατών της (π.χ. Rittle-Johnson & Schneider, 2015) που υποθέτει ότι η σχέση αυτή είναι αμφίδρομη και διαρκής, με το ένα είδος να προκαλεί αύξηση στο άλλο είδος, και το άλλο είδος βελτιωμένο, με τη σειρά του, να αναπτύσσει το πρώτο είδος γνώσης. Βέβαια, το μοντέλο αυτό αδυνατεί να εξηγήσει τα ευρήματα ερευνών που εντοπίζουν μεγάλες, ακόμα και ακραίες, διαφορές ανάμεσα στα δύο είδη γνώσης, ακόμη και σε παιδιά προχωρημένων τάξεων (Bempeni & Vamvakoussi, 2015). Πολλοί ερευνητές αποδίδουν την αδυναμία αυτή του επαναληπτικού μοντέλου στο γεγονός ότι δε λαμβάνει υπόψη τις ατομικές διαφορές στον τρόπο που οι μαθητές αναπτύσσουν τα δύο είδη γνώσης (Gilmore & Bryant, 2006; Hallett, Nunes, & Bryant, 2010; Hallett, Nunes, & Byrnes, 2012). Οι Hallett και συν. (2010; 2012) ερεύνησαν το ζήτημα αυτό στο πεδίο των κλασμάτων και ταυτοποίησαν διαφορετικές ομάδες μαθητών (4^η, 5^η, 6^η και 8^η τάξη), μεταξύ αυτών και δύο ομάδες μαθητών με πιο ανεπτυγμένο το ένα είδος γνώσης (είτε εννοιολογικής, είτε διαδικαστικής) απ' ότι θα προβλεπόταν με βάση το άλλο.

Τελευταία έχουν γίνει κάποιες προσπάθειες για να εξηγηθούν σε ποιους παράγοντες μπορούν να αποδοθούν αυτές οι ατομικές διαφορές, όπως για παράδειγμα σε διαφορές όσον αφορά την προϋπάρχουσα γνώση σε ένα πεδίο

(Schneider, Rittle-Johnson, & Star, 2011), τα γνωστικά προφίλ των παιδιών (Gilmore & Bryant, 2008; Hallett et al., 2012), ή τη σχολική τους εμπειρία (Canobi, 2004; Gilmore & Bryant, 2006; Hallett et al. 2012). Ωστόσο, μέχρι στιγμής δεν υπάρχουν εμπειρικά δεδομένα που να τεκμηριώνουν το ρόλο των παραμέτρων αυτών. Πράγματι, οι Schneider και συνεργάτες (2011) δε βρήκαν την προσδοκώμενη διαφοροποίηση στη συσχέτιση των δύο ειδών γνώσης, ανάλογα με τα επίπεδα της προϋπάρχουσας γνώσης στο πεδίο της επίλυσης εξισώσεων. Οι Hallett et al. (2012) επίσης δεν εντόπισαν συσχέτιση της γενικής διαδικαστικής, και εννοιολογικής ικανότητας με τις διαφορές στον τρόπο που τα παιδιά συνδυάζουν τα δύο είδη γνώσης για τα κλάσματα. Όσον αφορά τη σχολική εμπειρία, διαφορετικοί ερευνητές κατά καιρούς έχουν επιχειρήσει να μετρήσουν διάφορα κατασκευάσματα ως σχολική εμπειρία. Για παράδειγμα, η Canobi (2004) ποσοτικοποίησε τη σχολική εμπειρία, ταυτίζοντάς την με τα χρόνια τυπικής εκπαίδευσης (στην ουσία, σε ποια σχολική τάξη βρίσκεται ο μαθητής). Τα αποτελέσματα της έρευνάς της έδειξαν ότι όσο μεγάλωνε η τάξη η διαδικαστική γνώση στην πρόσθεση και την αφαίρεση αριθμών βελτιωνόταν, ενώ δε συνέβαινε το ίδιο με την εννοιολογική γνώση. Οι Hallett et al. (2012), από την άλλη, μέτρησαν τη σχολική εμπειρία μέσω του σχολείου φοίτησης των συμμετεχόντων. Πιο συγκεκριμένα, εξέτασαν αν η φοίτηση σε διαφορετικά σχολεία μπορούσε να εξηγήσει τις ατομικές διαφορές στα δύο είδη γνώσης για τα κλάσματα, αλλά δεν βρήκαν τέτοια σχέση.

Σε προηγούμενη ποιοτική έρευνα μας, υποθέσαμε ότι ένας παράγοντας που ενδεχομένως εξηγεί τις ατομικές διαφορές στην εννοιολογική και διαδικαστική γνώση για τα κλάσματα είναι η προσέγγιση στη μάθηση και μελέτη των μαθηματικών (Bempeni & Vamvakoussi, 2015). Αξιοποιήσαμε την επικρατέστερη διάκριση, αυτή της επιφανειακής έναντι της βαθιάς προσέγγισης, η οποία έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως στην τριτοβάθμια εκπαίδευση για να περιγράψει τις ατομικές διαφορές στον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές προσεγγίζουν τη μάθηση του αντικειμένου (Entwistle & McCune, 2004). Η επιφανειακή προσέγγιση (surface approach) σχετίζεται με την πρόθεση του υποκειμένου να μπορεί να αναπαραγάγει το περιεχόμενο, όταν του ζητηθεί. Αντίθετα, η βαθιά προσέγγιση (deep approach) στη μάθηση συνδέεται με την πρόθεση του υποκειμένου να κατανοήσει το αντικείμενο της μάθησης. Η προσέγγιση στη μάθηση θεωρείται πολυδιάστατο κατασκευάσμα και υπάρχει μεγάλη συζήτηση σχετικά με τις διαστάσεις της, αλλά και τους τρόπους μέτρησής τους, (Entwistle & McCune, 2004).

Εξετάσαμε ως προς το είδος της προσέγγισης στη μάθηση και τη μελέτη των μαθηματικών τρία παιδιά της Γ΄ Γυμνασίου, με διαφορετικό προφίλ όσον αφορά την εννοιολογική και διαδικαστική γνώση για τα κλάσματα, (Bempeni & Vamvakoussi, 2015). Το ένα από αυτά τα παιδιά είχε ισχυρή εννοιολογική και διαδικαστική γνώση, το δεύτερο είχε εξαιρετική εννοιολογική, αλλά πολύ φτωχή διαδικαστική γνώση και το τρίτο είχε εξαιρετική διαδικαστική, αλλά πρακτικά καθόλου εννοιολογική γνώση για τα κλάσματα. Τα δύο τελευταία παιδιά, δηλαδή, ήταν δύο ακραίες περιπτώσεις όσον αφορά τη διαφορά ανάμεσα στα δύο είδη γνώσης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα δύο πρώτα παιδιά με την ισχυρή

εννοιολογική γνώση είχαν κοινά στοιχεία βαθιάς προσέγγισης στη μάθηση και τη μελέτη των δύο παιδιών όσον αφορά τους στόχους, τις στρατηγικές μελέτης και τα κίνητρα. Αντίθετα, το τρίτο παιδί είχε επιφανειακή προσέγγιση στη μάθηση των μαθηματικών. Σε μια δεύτερη ποιοτική μελέτη, διερευνήσαμε περαιτέρω τα χαρακτηριστικά της βαθιάς προσέγγισης στη μάθηση των μαθηματικών, με δύο παιδιά εξαιρετικά υψηλού επιπέδου στα μαθηματικά (Bempeni, Kaldrimidou, & Vamvakoussi, 2016). Καταλήξαμε ότι χαρακτηριστικά στοιχεία της προσέγγισης στη μάθηση των μαθηματικών γι' αυτές τις ηλικίες αφορούν τους στόχους (π.χ. προσωπική κατασκευή νοήματος έναντι της ευθυγράμμισης με την αξιολόγηση), τις στρατηγικές μάθησης (π.χ. σύνδεση ιδεών, επίλυση νέων προβλημάτων έναντι της αναπαραγωγής και της εξάσκησης), κίνητρα (π.χ. διανοητική πρόκληση έναντι της ασφαλούς διεκπεραίωσης ενός έργου), αλλά και στοιχεία αυτορρύθμισης σε διάφορα πλαίσια, όπως στο επίπεδο των συναισθημάτων και του ελέγχου της κατανόησης.

Στην παρούσα μελέτη, ελέγχουμε τις υποθέσεις ότι υπάρχουν ατομικές διαφορές στην εννοιολογική και διαδικαστική γνώση για τα κλάσματα και ότι οι διαφορές αυτές παραμένουν ακόμη και στις τελευταίες τάξεις του Γυμνασίου. Αναμένουμε ότι η επίδοση της Γ' Γυμνασίου θα είναι βελτιωμένη σε σχέση με αυτή της Α' Γυμνασίου και στα δύο είδη γνώσης, αλλά ότι θα παρατηρηθούν ακόμα και σε αυτήν την προχωρημένη τάξη ατομικές διαφορές. Επιπλέον, κάνουμε μία απόπειρα να εξετάσουμε με ποσοτική μεθοδολογία αν οι διαφορές αυτές εξηγούνται από διαφορές στη μάθηση και τη μελέτη των μαθηματικών (επιφανειακή/βαθιά προσέγγιση).

ΜΕΘΟΔΟΣ

Συμμετέχοντες

Οι συμμετέχοντες στην πρώτη φάση της έρευνας ήταν 510 μαθητές Α' και Γ' Γυμνασίου. Από αυτούς τους μαθητές, εκείνοι που κατέστη δυνατόν να συμπληρώσουν ολόκληρο το δεύτερο ερωτηματολόγιο ήταν 463, εκ των οποίων 262 μαθητές της Α' και 201 μαθητές της Γ' Γυμνασίου. Ως εκ τούτου, τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη 2^η φάση της έρευνας αφορούν τους 463 που συμπλήρωσαν και τα δύο ερωτηματολόγια. Οι συμμετέχοντες στην έρευνα προέρχονται από επτά δημόσια Γυμνάσια της Ελλάδας, μεταξύ αυτών και ενός Πειραματικού σχολείου.

Υλικά

Για τη μέτρηση της εννοιολογικής και διαδικαστικής γνώσης χρησιμοποιήθηκε ένα ερευνητικό εργαλείο με καλούς δείκτες εγκυρότητας και αξιοπιστίας (Bempeni, Poulouropoulou, Tsiplaki, & Vamvakoussi, 2018). Το εργαλείο αυτό περιλάμβανε 11 έργα που εξέταζαν διαδικαστική γνώση (π.χ. πράξεις με κλάσματα, μετατροπή σύνθετου κλάσματος σε απλό κ.α.) και 14 έργα που εξέταζαν εννοιολογική γνώση (π.χ. διάφορες αναπαραστάσεις κλασμάτων, σύγκριση και διάταξη κλασμάτων, εκτίμηση, (βλ. Bempeni et al., 2018; Vamvakoussi et al., 2019 για μία λεπτομερή περιγραφή του εργαλείου).

Για τη διερεύνηση της προσέγγισης στη μάθηση και μελέτη των μαθηματικών κατασκευάσαμε ένα νέο ερευνητικό εργαλείο που περιλάμβανε 28 δηλώσεις και 6 σενάρια στα οποία δύο υποθετικοί μαθητές εκφράζουν δύο διαφορετικές απόψεις, με τα οποία κλήθηκαν οι συμμετέχοντες να δηλώσουν το βαθμό συμφωνίας ή ασυμφωνίας τους σε μία κλίμακα 1-4, (1=Διαφωνώ απόλυτα, 2=Διαφωνώ, 3=Συμφωνώ, 4=Συμφωνώ απόλυτα). Η ουδέτερη επιλογή “ούτε συμφωνώ-ούτε διαφωνώ” δεν ήταν διαθέσιμη, καθώς έχει αποδειχτεί προβληματική σε παρόμοιες έρευνες (π.χ. Entwistle, McCune, & Tait, 2013). Για την κατασκευή του εργαλείου κατασκευάσαμε ή αξιοποιήσαμε ερωτήματα-δηλώσεις από τη σχετική βιβλιογραφία (π.χ. ASSIST·Entwistle et al., 2013; Biggs, 1987) και τις προηγούμενες μελέτες μας που αναφέρθηκαν παραπάνω (Bempeni et al., 2015, 2016). Παραδείγματα τέτοιων δηλώσεων ήταν τα εξής: «*Θεωρώ ότι δεν υπάρχει λόγος να ασχολούμαι με θέματα που ξέρω ότι δε θα πέσουν στις εξετάσεις.*» «*Αν δε θυμάμαι τον τρόπο με τον οποίο λύνεται μια συγκεκριμένη άσκηση, δεν έχει νόημα να προσπαθώ να τη λύσω.*», «*Μου αρέσει να ασχολούμαι σε ασκήσεις που παρόμοιες δεν έχω ξανασυναντήσει.*», «*Συχνά αναρωτιέμαι σε τι θα μας φανούν χρήσιμα όλα αυτά τα μαθηματικά που διδασκόμαστε.*».

Διαδικασία

Οι μαθητές είχαν στη διάθεσή τους μία διδακτική ώρα για τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου για τα κλάσματα. Η συμπλήρωση του δεύτερου ερωτηματολογίου έγινε τρεις εβδομάδες αργότερα. Δεν τέθηκε χρονικό όριο, αλλά ο χρόνος που χρειάστηκαν οι μαθητές ήταν περίπου μισή ώρα.

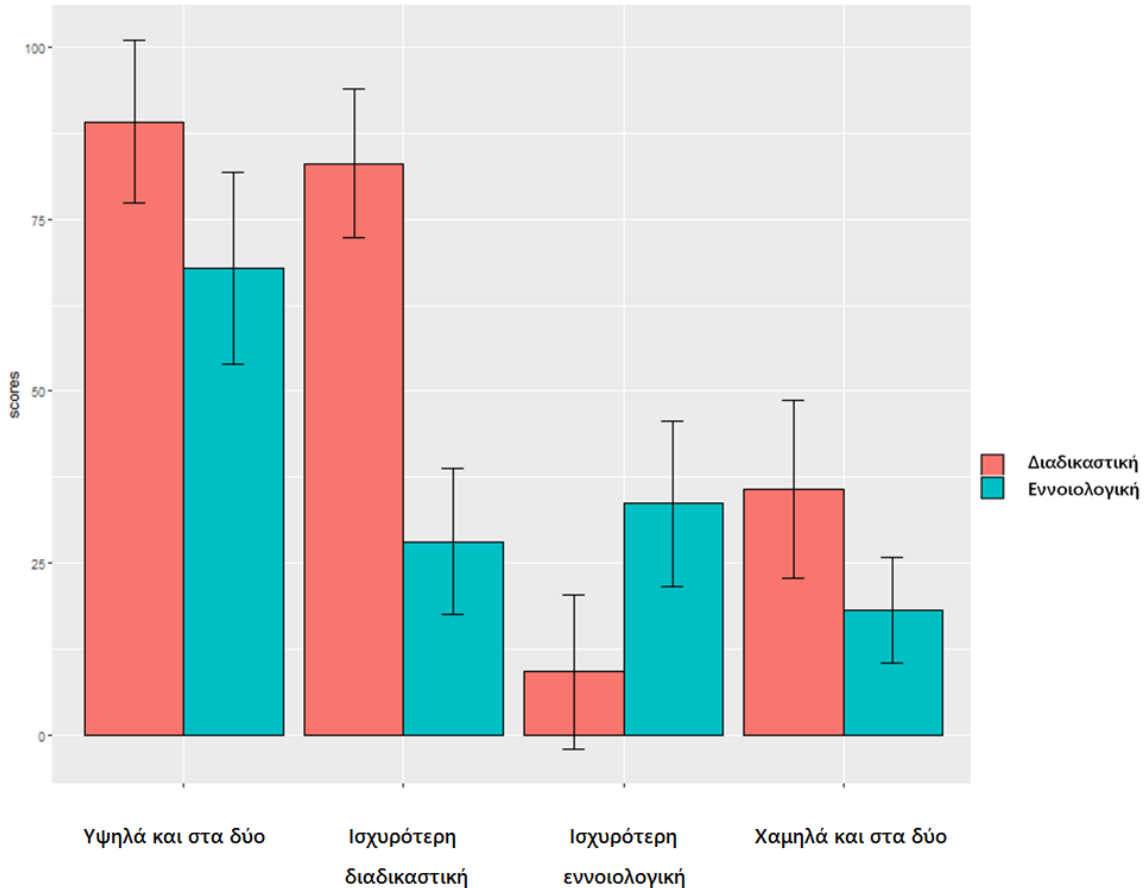
ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ-ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

1^η Φάση της έρευνας

Τα δεδομένα της 1^{ης} φάσης της έρευνας ομαδοποιήθηκαν ακολουθώντας τη μέθοδο της ανάλυσης συστάδων με την ιεραρχική μέθοδο, με μεταβλητές τα κανονικοποιημένα κατάλοιπα στους δύο τύπους έργων (Bempeni et al., 2018; Hallett et al., 2010, 2012). Με τη μέθοδο αυτή εξετάζεται η *σχετική* διαφορά μεταξύ των δύο μεταβλητών. Με μία σειρά από μέτρα αξιολόγησης εγκυρότητας με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού R, προέκυψε ότι ο βέλτιστος αριθμός συστάδων ήταν οι τέσσερις.

Στο Σχήμα 1 παρουσιάζονται η μέση επίδοση στη διαδικαστική και εννοιολογική γνώση ανά συστάδα. Πιο αναλυτικά, η πρώτη συστάδα («*Υψηλά και στα δύο*», N=163, 32%, 10% Α΄ Γυμνασίου) εμφάνισε καλή επίδοση και στα δύο είδη έργων. Η δεύτερη συστάδα «*Ισχυρότερη διαδικαστική*» (N=207, 40.6%, 28.6% Α΄ Γυμνασίου) παρουσίασε υψηλότερη επίδοση στα διαδικαστικά έργα, απ' ό,τι αναμενόταν με βάση την επίδοση στα εννοιολογικά. Η τρίτη («*Ισχυρότερη εννοιολογική*», N=75, 14.7%, 6.9% Α΄ Γυμνασίου) εμφάνισε υψηλότερη επίδοση στα εννοιολογικά έργα, απ' ό,τι αναμενόταν με βάση την επίδοση στα διαδικαστικά. Τέλος, η τέταρτη «*Χαμηλά και στα δύο*» (N=65, 12.7%, 8.4% Α΄ Γυμνασίου) εμφάνισε χαμηλή επίδοση και στα δύο είδη γνώσης. Αξίζει να σημειωθεί ότι, παρά το γεγονός ότι η μέση επίδοση της τρίτης συστάδας κινείται σε παρόμοια χαμηλά επίπεδα με αυτήν της

τέταρτης, η μέση επίδοση στα εννοιολογικά έργα είναι υψηλότερη σε σχέση τόσο με την τέταρτη, όσο και με τη δεύτερη συστάδα. Επίσης, οι μέσες επιδόσεις στη διαδικαστική και εννοιολογική γνώση της Γ' (69.5% και 49.2% αντίστοιχα) είναι καλύτερες από αυτές της Α' Γυμνασίου (66.9%, 32.8% αντίστοιχα).



Σχήμα 1: Μέση επίδοση στη διαδικαστική και εννοιολογική γνώση ανά συστάδα

2^η Φάση της έρευνας

Στο δεύτερο ερωτηματολόγιο, οι απαντήσεις στην κλίμακα από το 1 έως το 4 αποτύπωναν το κατά πόσο (λιγότερο έως περισσότερο) η μάθηση των μαθητών περιλάμβανε στοιχεία βαθιάς προσέγγισης. Οι δηλώσεις που ήταν συμβατές με την επιφανειακή προσέγγιση αντιστράφησαν προκειμένου να βαθμολογηθούν με τον ίδιο τρόπο. Το συνολικό σκορ στο ερωτηματολόγιο υπολογίστηκε ως το άθροισμα των βαθμολογιών στις επιμέρους ερωτήσεις. Για την ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού R (R Project for Statistical Computing).

Για την αξιολόγηση του δεύτερου ερωτηματολογίου, ελέγχθηκε η εσωτερική συνάφεια μέσω του συντελεστή Cronbach's alpha που έδειξε ότι δύο από τις ερωτήσεις-δηλώσεις παρουσίαζαν αρνητική συσχέτιση με την κλίμακα και έτσι εξαιρέθηκαν από την τελική μορφή του ερωτηματολογίου. Τελικά, η τιμή του

συντελεστή Cronbach's alpha για την κλίμακα ήταν $\alpha=0.849$. Επίσης, πραγματοποιήθηκε έλεγχος εξωτερικής συνάφειας μέσω της διαδικασίας των επαναληπτικών μετρήσεων για να διαπιστωθεί αν η κλίμακα επηρεάζεται από εξωτερικούς παράγοντες. 41 μαθητές κατέστη δυνατόν να ξανασυμπληρώσουν το ερωτηματολόγιο μετά την πάροδο 15 ημερών. Υπολογίστηκε ο ενδοταξιακός συντελεστής για κάθε ερώτηση ξεχωριστά για να διερευνηθεί η συνέπεια μεταξύ των μετρήσεων. Πέντε από τις ερωτήσεις παρουσίασαν συντελεστή μικρότερο από 0,40 και έτσι εξαιρέθηκαν από την τελική μορφή του εργαλείου.

Συστάδες		N	Μέση Τιμή	Τυπική Απόκλιση	Εύρος
1	«Υψηλά και στα δύο»	158	2.987	0.414	(1.852 - 3.704)
2	«Ισχυρότερη διαδικαστική»	194	2.830	0.397	(1.630 - 3.593)
3	«Ισχυρότερη εννοιολογική»	52	2.636	0.275	(2.222 - 3.370)
4	«Χαμηλά και στα δύο»	59	2.593	0.367	(1.481 - 3.481)

Πίνακας 1: Μέσο σκορ στην προσέγγιση στη μάθηση ανά συστάδα

Από τον έλεγχο ανεξαρτησίας προέκυψε ότι η συστάδα κατάταξης σχετίζεται στατιστικά σημαντικά με την προσέγγιση στη μάθηση ($\chi^2=60.396$, $df=3$, $p\text{-value}<0.0001$). Όπως φαίνεται από την Πίνακα 1, η ομάδα «Υψηλά και στα δύο» παρουσιάζει υψηλότερο σκορ στην προσέγγιση στη μάθηση, με την ομάδα «Ισχυρότερη διαδικαστική» να παρουσιάζει το αμέσως χαμηλότερο. Ακολουθεί η ομάδα «Ισχυρότερη εννοιολογική» και, τέλος, η ομάδα «Χαμηλά και στα δύο».

Προγνωστικός παράγοντας	«Χαμηλά και στις δυο» vs	B	OR= exp(B)	p-value
Σκορ στην προσέγγιση στη μάθηση	«Υψηλά και στα δύο»	3.09	21.98	0.000
	«Ισχυρότερη διαδικαστική»	1.56	4.77	0.000
	«Ισχυρότερη εννοιολογική»	0.42	1.53	0.390
Γ' Γυμνασίου	«Υψηλά και στα δύο»	2.12	8.35	0.000
	«Ισχυρότερη διαδικαστική»	0.18	1.19	0.606
	«Ισχυρότερη εννοιολογική»	0.52	1.69	0.206

Πίνακας 2: Έλεγχος προγνωστικών παραγόντων

Για να ελέγξουμε την υπόθεση αν η προσέγγιση στη μάθηση και η τάξη αποτελούν προγνωστικούς παράγοντες του επιπέδου εννοιολογικής και διαδικαστικής γνώσης εκτελέστηκε πολυμεταβλητή λογιστική παλινδρόμηση (multinomial logistic regression) (Πίνακας 2). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τόσο η προσέγγιση στη μάθηση όσο και η τάξη των μαθητών προβλέπουν το προφίλ στον οποίο ανήκουν. Χρησιμοποιώντας την ομάδα «Χαμηλά και στα δύο» ως επίπεδο βάσης (base level) παρατηρούμε ότι όταν αυξάνεται το σκορ ενός μαθητή στην προσέγγιση στη μάθηση κατά μια μονάδα, είναι 21.98 φορές πιο πιθανό να ανήκει στην ομάδα «Υψηλά και στα δύο» και 4.77 φορές πιο πιθανό να ανήκει στην ομάδα «Ισχυρότερη διαδικαστική». Αντίστοιχα, ένας μαθητής της Γ΄ Γυμνασίου έχει 8.35 φορές μεγαλύτερη πιθανότητα να ανήκει στην ομάδα «Υψηλά και στα δύο» σε σχέση με το να ανήκει στην ομάδα «Χαμηλά και στα δύο».

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Τα αποτελέσματα έρευνας επιβεβαιώνουν την υπόθεση ότι υπάρχουν ατομικές διαφορές στον τρόπο που τα παιδιά συνδυάζουν την εννοιολογική και διαδικαστική γνώση για τα κλάσματα (Hallett et al., 2010; 2012). Παρατηρούμε ότι οι ατομικές διαφορές παραμένουν μέχρι και την Γ΄ Γυμνασίου, της οποίας μεγάλο ποσοστό μαθητών ανήκει στις συστάδες «Ισχυρότερη διαδικαστική» και «Ισχυρότερη εννοιολογική». Το μεγαλύτερο μέρος του δείγματος, βρέθηκε ότι ανήκει στο προφίλ «Ισχυρότερη διαδικαστική» επιβεβαιώνοντας αποτελέσματα προηγούμενων ερευνών ότι η εκπαίδευση ενθαρρύνει κυρίως την ανάπτυξη της διαδικαστικής γνώσης (π.χ. Canobi, 2004).

Αναζητώντας αιτίες στις οποίες θα μπορούσαν να αποδοθούν αυτές οι ατομικές διαφορές, ελέγξαμε την υπόθεση ότι η προσέγγιση στη μάθηση σχετίζεται με το προφίλ στο οποίο ανήκουν οι μαθητές σε μεγάλο δείγμα με ποσοτική μεθοδολογία. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η βαθμολογία στο ερωτηματολόγιο για την προσέγγιση στη μάθηση προβλέπει τις πιθανότητες του ανήκειν στις ομάδες «Υψηλά και στα δύο» και «Ισχυρότερη διαδικαστική» με τους μαθητές στην πρώτη ομάδα, οι οποίοι έχουν και προχωρημένη εννοιολογική γνώση, να παρουσιάζουν υψηλότερο σκορ στην προσέγγιση στη μάθηση, σε σχέση με τους μαθητές της δεύτερης. Το αποτέλεσμα αυτό στηρίζει μερικώς την υπόθεσή μας, καθώς δεν προβλέπεται η πιθανότητα να ανήκει ένας μαθητής στην ομάδα «Ισχυρότερη εννοιολογική» ενώ οι μαθητές στην ομάδα αυτή έχουν και το δεύτερο χαμηλότερο σκορ στην προσέγγιση στη μάθηση. Μια πιθανή εξήγηση για το αποτέλεσμα αυτό είναι ότι οι μαθητές στην ομάδα αυτή έχουν χαμηλή επίδοση γενικά και, ενώ έχουν ισχυρότερη εννοιολογική γνώση σε σχέση με τη διαδικαστική, αυτό δε σημαίνει ότι έχουν όλοι υψηλή εννοιολογική γνώση σε απόλυτους όρους. Το τελευταίο είναι προϊόν της μεθόδου που ακολουθήσαμε για την κατασκευή των ομάδων (Hallett et al., 2010, 2012; Bempeni et al., 2018). Τέλος, ο έλεγχος προγνωστικών παραγόντων έδειξε ότι τα παιδιά της Γ΄ της έχουν αυξημένη πιθανότητα να ανήκουν στο προφίλ «Υψηλά και στα δύο».

Παρόλο που γενικά η ανάπτυξη των δύο ειδών γνώσης δεν είναι συμμετρική οποιαδήποτε χρονική στιγμή, τα αποτελέσματά μας αποτελούν μία πρόκληση για το επαναληπτικό μοντέλο (Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους Rittle-Johnson και συν., και δεδομένης της ηλικίας των συμμετεχόντων, θα αναμέναμε ισορροπημένη ανάπτυξη των δύο ειδών γνώσης, κάτι το οποίο δεν προκύπτει από την έρευνά μας.

Η παρούσα έρευνα φιλοδοξεί να συμβάλλει στη θεωρητική συζήτηση για τη σχέση της εννοιολογικής και διαδικαστικής γνώσης γενικά και των παραγόντων που εξηγούν τις ατομικές διαφορές στα δύο είδη γνώσης ειδικότερα. Τα αποτελέσματά μας αποτελούν μία ένδειξη για τη συσχέτιση των ατομικών διαφορών στην εννοιολογική και διαδικαστική γνώση με τις ατομικές διαφορές στη μάθηση των μαθηματικών ωστόσο απαιτείται περαιτέρω έρευνα για την τεκμηρίωση αυτής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bempeni M., Kaldrimidou M., & Vamvakoussi X. (2016). Features of the deep approach to mathematics learning: evidence from exceptional students. In Csíkós, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 75–82. Szeged, Hungary: PME.
- Bempeni, M., Pouloupoulou S., Tsiplaki I., & Vamvakoussi X. (2018). Individual differences in fractions' conceptual and procedural knowledge: what about older students? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.). *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 147-154. Umeå, Sweden: PME.
- Bempeni, M. & Vamvakoussi, X. (2015). Individual differences in students' knowing and learning about fractions: Evidence from an in-depth qualitative study. *Frontline Learning Research*, 3, 17-34.
- Vamvakoussi X., Bempeni M., Pouloupoulou S., & Tsiplaki I. (2019). Theoretical and methodological issues in the study of conceptual and procedural knowledge: Reflections on a series of studies on Greek secondary students' knowledge of fractions. *Educational Journal of the University of Patras*, 6(2), p. 82-96. ISSN:2241-9152
- Biggs, J. B. (1987). *Study process questionnaire manual*. Melbourne: Australian Council for Educational Research.
- Canobi, K. H. (2004). Individual differences in children's addition and subtraction knowledge. *Cognitive Development*, 19, 81-93.
- Entwisle, N. & McCune V. (2004). The conceptual bases of study strategy inventories. *Educational Psychology Review*, 16, 325-345.
- Entwistle, N., McCune, V., & Tait, H. (2013). *Approaches and Study Skills Inventory for Students (ASSIST)* (3rd edition). Ανακτήθηκε από <https://www.researchgate.net/publication/50390092>

- Gilmore, C. K., & Bryant, P. (2006). Individual differences in children's understanding of inversion and arithmetical skill. *British Journal of Educational Psychology*, 76, 309–331.
- Hallett, D., Nunes, T., & Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology*, 102, 395–406.
- Hallett, D., Nunes, T., Bryant, P., & Thorpe, C. M. (2012). Individual differences in conceptual and procedural fraction understanding: The role of abilities and school experience. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113, 469–486.
- Rittle-Johnson, & B., Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford Handbook of Numerical Cognition* (pp.1118-1134). Oxford: Oxford University Press.
- Schneider. M., Rittle-Johnson B, & Star J. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Journal of Developmental Psychology*, 47, 1525-1538.
- Star, J. R., & Stylianides, G. J. S. (2013). Procedural and conceptual knowledge: Exploring the gap between knowledge type and knowledge quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 13(2), 169-181.