



## ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΩΝ ΑΠΟ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΥΣ: ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

**Ξένια Βαμβακούση & Μαρία Καλδρυμίδου**

Π.Τ.Ν., Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

[xvamvak@cc.uoi.gr](mailto:xvamvak@cc.uoi.gr) [mkaldrim@uoi.gr](mailto:mkaldrim@uoi.gr)

*Για την εργασία αυτή αναλύσαμε δραστηριότητες σχετικά με τις κανονικότητες που σχεδίασαν μελλοντικές νηπιαγωγοί, οι οποίες παρακολούθησαν διδασκαλία σχετικά με τις κανονικότητες στο νηπιαγωγείο, συμμετείχαν σε εργαστήρια στα οποία προετοίμασαν σχετικό εκπαιδευτικό υλικό και έκαναν πρακτική άσκηση, σχεδιάζοντας και πραγματοποιώντας δραστηριότητες με το υλικό αυτό. Προσδιορίζουμε δυσκολίες και προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μελλοντικές νηπιαγωγοί με τις κανονικότητες και τη διδακτική τους προσέγγιση, με σκοπό την ανάδειξη ζητημάτων που πρέπει να ληφθούν υπόψη για τη βελτίωση της εκπαίδευσής τους.*

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ενασχόληση με τις κανονικότητες<sup>1</sup> αναγνωρίζεται ως σημαντική για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών σε διάφορους τομείς, όπως η ανάπτυξη της πολλαπλασιαστικής σκέψης και η επίλυση προβλήματος (Liljedahl, 2004; Mulligan, & Michelmore, 1997). Τα τελευταία χρόνια τονίζεται ιδιαίτερα η αξία των κανονικοτήτων για την ανάπτυξη της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης. Πράγματι, η επαγωγική γενίκευση, ο εντοπισμός σχέσεων μεταξύ διαδοχικών όρων μιας κανονικότητας, η συσχέτιση του όρου με τη θέση του και το πέρασμα από την λεκτική περιγραφή του κανόνα στην τυποποίησή του είναι σημαντικά στοιχεία της αλγεβρικής και της συναρτησιακής σκέψης. Η από νωρίς ανάπτυξη τέτοιων ικανοτήτων θεωρείται θεμελιώδης για τη μετέπειτα ικανότητα των παιδιών στην άλγεβρα και την ανάλυση (Κυλάφης, 2009; Τζεκάκη, 2010). Είναι, λοιπόν, σημαντική η αναγνώριση και αξιοποίηση των πρώιμων εμπειριών και ικανοτήτων σχετικά με τις κανονικότητες τις οποίες έχουν τα παιδιά στην πρωτοσχολική ηλικία (Clements & Sarama, 2009; Τζεκάκη, 2010).

Η θεώρηση των κανονικοτήτων ως βάση για την ανάπτυξη της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης αντανακλάται στα προγράμματα σπουδών για τα μαθηματικά στην πρωτοσχολική εκπαίδευση διεθνώς. Για παράδειγμα, στο ελληνικό (πιλοτικό) πρόγραμμα σπουδών για το νηπιαγωγείο, οι κανονικότητες εντάσσονται στον άξονα περιεχομένου Άλγεβρα (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011, σελ. 170-171). Η απλή ένταξη των κανονικοτήτων στα μαθηματικά του νηπιαγωγείου δεν εξασφαλίζει, ασφαλώς, την ανάπτυξη των επιθυμητών ικανοτήτων από τα παιδιά. Κεντρικό ρόλο έχει η διδακτική διαχείριση των κανονικοτήτων από τον

εκπαιδευτικό (Clements & Sarama, 2009; Κυλάφης, 2009). Απ' όσο μπορούμε να γνωρίζουμε, οι σχετικές συστηματικές έρευνες με εκπαιδευτικούς στις μικρές ηλικίες είναι ελάχιστες (π.χ., Economidou, 1998; Waters, 2004). Ωστόσο, υπάρχουν ενδείξεις ότι οι εκπαιδευτικοί έχουν συγκεχυμένες αντιλήψεις για το τι συνιστά κανονικότητα, καθώς και τους διαφορετικούς τύπους κανονικοτήτων. Επιπλέον, δυσκολεύονται να οργανώσουν μια σειρά δραστηριοτήτων με σταδιακά πιο απαιτητικές κανονικότητες, ή να θέσουν μια ποικιλία ερωτημάτων στα παιδιά. Τέλος, φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τη σημασία των κανονικοτήτων για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό στην περίπτωση της αξιοποίησης των κανονικοτήτων για την ανάπτυξη της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης, καθώς η σχέση ανάμεσά τους δεν είναι ούτε προφανής, ούτε εύκολα μεταφράσιμη σε διδακτική πράξη. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα για μελλοντικούς εκπαιδευτικούς που δεν έχουν το απαραίτητο μαθηματικό υπόβαθρο και, επιπλέον, δεν έχουν εξοικείωση με τις κανονικότητες μέσω τις δικιάς τους σχολικής εμπειρίας. Η μύηση των μελλοντικών εκπαιδευτικών στις κανονικότητες και η προετοιμασία τους για τη διδασκαλία είναι ένα ζητούμενο στο χώρο της εκπαίδευσης εκπαιδευτικών.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε στοιχεία από τον τρόπο με τον οποίο διαχειρίστηκαν διδακτικά τις κανονικότητες μελλοντικές νηπιαγωγοί, οι οποίες παρακολούθησαν ένα διδακτικό τρίωρο με θέμα τις κανονικότητες στο νηπιαγωγείο, συμμετείχαν σε εργαστήρια στα οποία προετοίμασαν σχετικό εκπαιδευτικό υλικό και πραγματοποίησαν πρακτική άσκηση, στην οποία πραγμάτωσαν δραστηριότητες με υλικό που σχεδίασαν στο πλαίσιο των εργαστηρίων. Στόχος μας είναι να προσδιοριστούν δυσκολίες και προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μελλοντικές νηπιαγωγοί με τη διδασκαλία των κανονικοτήτων, ώστε να αναδειχθούν ζητήματα που πρέπει να ληφθούν υπόψη για τη βελτίωση της εκπαίδευσής τους.

## **ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**

### **Συλλογή και ανάλυση των στοιχείων**

Στην έρευνα αναλύσαμε 10 εργασίες οι οποίες προήλθαν από 10 ομάδες των δύο ατόμων, φοιτήτριες του 3<sup>ου</sup> έτους στο Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, οι οποίες είχαν επιλέξει το μάθημα Διδακτική Μαθηματικών ΙΙ. Στο μάθημα αυτό, οι φοιτήτριες αξιολογούνται με βάση γραπτή εργασία, στην οποία –ανάμεσα σε άλλα– περιγράφουν, αναλύουν και αξιολογούν τις δραστηριότητες που πραγμάτωσαν στην πρακτική άσκηση, επιλέγοντας μία από τις θεματικές ενότητες που δουλεύτηκαν στα εργαστήρια. Τα στοιχεία που αναλύσαμε προέρχονται από τις εργασίες των φοιτητριών που επέλεξαν τις κανονικότητες, με την εξαίρεση ορισμένων εργασιών η ποιότητα των οποίων ήταν ιδιαίτερα

χαμηλή. Στην ανάλυση συμπεριλήφθηκαν τελικά 3 εργασίες χαμηλού, 4 εργασίες μεσαίου και 3 εργασίες υψηλού επιπέδου, οι οποίες είχαν βαθμολογηθεί με 5-6, 7-8 και 9-10, αντίστοιχα.

Οι δραστηριότητες που παρουσιάζονταν στις εργασίες αυτές αναλύθηκαν ως προς: α) το είδος των κανονικοτήτων και των αναπαραστάσεων που χρησιμοποιήθηκαν (εμπράγματα/αισθητηριακές, εικονικές, συμβολικές), β) τη μαθηματική ορθότητα, γ) το/τους στόχο/ους της δραστηριότητας σύμφωνα με τις φοιτήτριες, σε αντιδιαστολή με το τι έκαναν τελικά τα παιδιά και δ) την οργάνωση των δραστηριοτήτων σε σειρά αυξανόμενης δυσκολίας (ως προς το είδος της μονάδας επανάληψης και ως προς το είδος της αναπαράστασης που χρησιμοποιήθηκε) . Συνολικά, αναλύθηκαν 56 δραστηριότητες.

### **Στοιχεία για τη διδασκαλία και τα εργαστήρια**

Η διδασκαλία επικεντρώθηκε σε κανονικότητες οι οποίες προκύπτουν από την επανάληψη μιας (σύνθετης) μονάδας από στοιχεία (π.χ. ΑΒΑΒΑΒ, ΑΒΓΑΒΓΑΒΓ), γνωστές ως «επαναλαμβανόμενα μοτίβα», και σε κανονικότητες κάθε όρος των οποίων προκύπτει από τον προηγούμενο με ένα συστηματικό τρόπο, γνωστές ως «εξελισσόμενα μοτίβα» (Τζεκάκη, 2010). Τυπικό παράδειγμα τέτοιων κανονικοτήτων είναι η αριθμητική ακολουθία και, γενικότερα, οι αριθμητικές πρόοδοι.

Στο θεωρητικό μέρος του μαθήματος (1 διδακτικό τρίωρο) συζητήθηκε η σημασία της πρώιμης ανάπτυξης της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης και ο ρόλος των κανονικοτήτων για το σκοπό αυτό. Παρουσιάστηκαν παραδείγματα επαναλαμβανόμενων και εξελισσόμενων μοτίβων, αναλύθηκαν οι παράγοντες που καθορίζουν τη δυσκολία των μοτίβων για τα παιδιά όπως το πλήθος στοιχείων στη μονάδα επανάληψης, το είδος αναπαράστασης και το πλήθος παραμέτρων που λαμβάνονται υπόψη (Skoumpourdi, 2013). Τέλος, αναλύθηκαν και συνδέθηκαν με την ανάπτυξη της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης οι στόχοι σχετικά με τις κανονικότητες που συμπεριλαμβάνονται στο Π.Π.Σ. (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011, σελ. 170-171), οι οποίοι είναι οι εξής: α) αναγνώριση, η οποία τεκμαίρεται με εύρεση λάθους και συμπλήρωση όρων που λείπουν β) συνέχιση, η οποία προϋποθέτει την αναγνώριση, γ) «μετάφραση» κανονικότητας από ένα υλικό σε ένα άλλο, γ) επινόηση-κατασκευή και δ) περιγραφή.

Ιδιαίτερη βαρύτητα δόθηκε στην περιγραφή των κανονικοτήτων. Πράγματι, πολλά νήπια είναι σε θέση να περιγράψουν μια απλή κανονικότητα ακολουθώντας μια «ρυθμική» προσέγγιση (π.χ., απαγγέλλοντας κόκκινο-πράσινο, κόκκινο-πράσινο, ...), ή παρατηρώντας τοπικά τη διαδοχή των όρων (π.χ., μετά το κόκκινο είναι το πράσινο, μετά το πράσινο είναι το κόκκινο, ...). Ωστόσο, αυτού του είδους η περιγραφή δεν προϋποθέτει

απαραίτητα ότι έχει εντοπιστεί ο κανόνας (Κυλάφης, 2009). Προκειμένου να υποστηριχθούν τα νήπια στον εντοπισμό και την περιγραφή κανόνων, συζητήθηκαν δύο τρόποι να δει κανείς και να περιγράψει μια κανονικότητα: α) να εντοπίσει τη μονάδα επανάληψης (για τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα) και β) να συσχετίσει κάθε όρο με τη θέση του (π.χ., το πρώτο είναι κόκκινο, το δεύτερο είναι πράσινο, το τρίτο είναι κόκκινο, κ.λπ.).

Στα 2 δίωρα εργαστήρια που αφορούσαν τις κανονικότητες, οι φοιτήτριες συμμετείχαν σε δραστηριότητες σχετικές με τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος με διαφόρων τύπου κανονικότητες, εργάστηκαν με παραδείγματα συγκεκριμένων έργων σχετικά με τον εντοπισμό της μονάδας επανάληψης και τη συσχέτιση του όρου με τη θέση του, και σχεδίασαν και συζήτησαν δραστηριότητες σχετικά με τις κανονικότητες.

### **ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

Με την εξαίρεση μιας δραστηριότητας που αφορούσε εξελισσόμενο μοτίβο (εμπράγματα αναπαράσταση της αριθμητικής ακολουθίας ως κλίμακας), το σύνολο των δραστηριοτήτων που σχεδίασαν οι φοιτήτριες αφορούσε τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα. Χρησιμοποιήθηκαν κυρίως εμπράγματα (26, 46,4%) και εικονικές αναπαραστάσεις (20, 35,7%), ενώ παρατηρήθηκαν και ηχητικά και κινητικά μοτίβα (10, 17,9%). Τα μοτίβα τύπου ABAB και ABΓABΓ εμφανίστηκαν με μεγαλύτερη συχνότητα (35,7% έκαστο στο σύνολο των δραστηριοτήτων).

### **Μαθηματική ορθότητα**

Σε 3 από τις 56 δραστηριότητες εμφανίστηκαν καταστάσεις στις οποίες δεν υπήρχε στην ουσία η κανονικότητα που θεωρούσαν οι φοιτήτριες. Για παράδειγμα, σε μία από αυτές το ζευγάρι λουλούδι-φύλλο εναλλασσόταν συμμετρικά (λουλούδι/φύλλο, φύλλο/λουλούδι). Αν και κάποιος θα μπορούσε να ισχυριστεί ότι αυτό θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μοτίβο τύπου ABBA, εντούτοις η μονάδα που έχει αναγνωρισθεί από τις φοιτήτριες είναι το ζευγάρι φύλλο/λουλούδι. Μια αντίστοιχη περίπτωση είναι η κατασκευή που φαίνεται στην Εικόνα 1. Ενώ οι φοιτήτριες αναγνώρισαν το μοτίβο ως τύπου ABAB, Η τελική κατασκευή που παράγεται είναι τελικά, αν θέλουμε να την περιγράψουμε με όρους κανονικότητας, μια μονάδα..



### Εικόνα 1: Κανονικότητα – μονάδα;

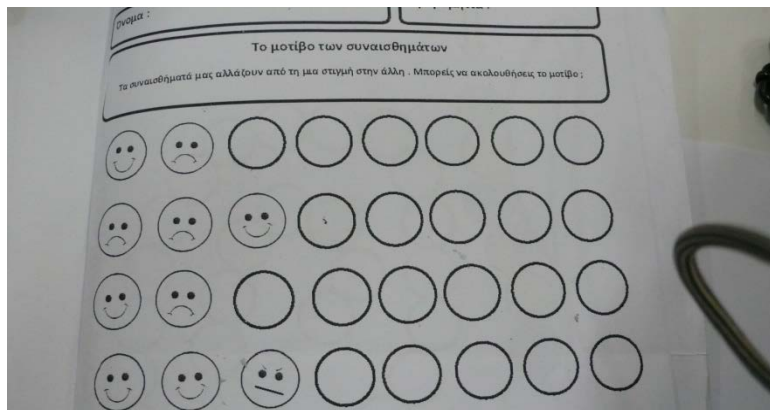
Επιπλέον, παρουσιάστηκαν σφάλματα στη μετάφραση κανονικοτήτων από τις φοιτήτριες, τέτοια ώστε να αλλοιώνουν τη δομή της κανονικότητας. (βλ. ενότητα Μετάφραση παρακάτω).

### Στόχοι

Από τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος, δύο ζητήθηκαν κατά κύριο λόγο από τα παιδιά, η συνέχιση και η κατασκευή. Πιο συγκεκριμένα:

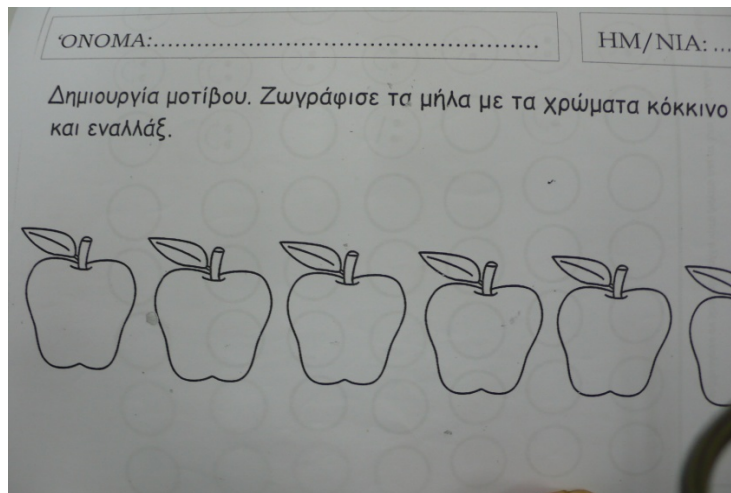
**Αναγνώριση.** Σε 1 μόνο δραστηριότητα ζητήθηκε ο εντοπισμός "λαθών".

**Συνέχιση.** Σε 17 δραστηριότητες ζητήθηκε συνέχιση της κανονικότητας, στις 11 από τις οποίες δινόταν μόνο μια φορά η μονάδα του μοτίβου που θα έπρεπε να επαναληφθεί (Εικ. 2). Θα μπορούσαμε να πούμε ότι σε αυτές τις περιπτώσεις δεν υπάρχει συνέχιση κανονικότητας, αλλά τοπική αναπαραγωγή/επανάληψη του δοθέντος συνδυασμού αντικειμένων.



### Εικόνα 2: Συνέχιση με εμφάνιση μόνο μια φορά της μονάδας

**Κατασκευή.** Η κατασκευή κανονικοτήτων από τα παιδιά με χρήση διάφορων υλικών, όπως χάντρες, τουβλάκια, ζυμαρικά, καραμέλες, ήταν μια από τις πιο δημοφιλείς δραστηριότητες/έργα που δόθηκαν στην τάξη. Είκοσι πέντε δραστηριότητες (44,6% επί του συνόλου των δραστηριοτήτων) αφορούν την κατασκευή ακολουθίας αντικειμένων. Στις 16 από αυτές τα παιδιά καλούνται να επινοήσουν ένα μοτίβο. Στις νέες (9) από αυτές τις περιπτώσεις, ωστόσο, δόθηκε ο κανόνας από τη φοιτήτρια/νηπιαγωγό (βλ. Εικόνα 3). Σε αυτές τις περιπτώσεις κατασκευής με οδηγία (Εικ. 3), πάλι δεν είναι εύκολο να διακρίνουμε αν τελικά πρόκειται για κατασκευή κανονικότητας ή για επαναληπτική τοπική αναπαραγωγή, όπως και στις περιπτώσεις της συνέχισης με μια εμφάνιση της μονάδας.



**Εικόνα 3:** Κατασκευή με οδηγία

Ένα άλλο χαρακτηριστικό ως προς το οποίο διαφοροποιούνται οι δραστηριότητες κατασκευής σχετίζεται με τον τρόπο που συμμετέχουν τα παιδιά στην κατασκευή: υπάρχουν περιπτώσεις όπου κάθε παιδί φτιάχνει μια δικιά του ακολουθία αποφασίζοντας για τη μονάδα επανάληψης (βραχιόλια, κορνίζες, φάρμακα), όπως και περιπτώσεις όπου η τάξη ως σύνολο αποφασίζει ποια θα είναι η μονάδα επανάληψης και κάθε παιδί πραγματοποιεί μετά την κατασκευή. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις όπου η τάξη ως σύνολο ή η ομάδα ως σύνολο (η τάξη χωρισμένη σε 2 ομάδες) πραγματοποιεί μια κατασκευή (τρενάκι, πύργοι, ακολουθία αυτοκινητακίων) όπου κάθε παιδί με τη σειρά του βάζει το επόμενο στοιχείο της κατασκευής.

**Μετάφραση.** Οι προσπάθειες των φοιτητών/νηπιαγωγών να εντάξουν στο πρόγραμμα δραστηριότητες που θα εμπειρεύσαν μετάφραση της κανονικότητας σε άλλο πλαίσιο ήταν ο τομέας που παρουσίασε τη μεγαλύτερη δυσκολία και αναδεικνύει ενδεχομένως καλύτερα από όλες τις περιπτώσεις τις αδυναμίες στην εννοιολογική αντίληψη που έχουν οι φοιτητές/τριες για το θεματικό πεδίο των κανονικοτήτων.

Ως περιπτώσεις που εμπειρεύουν και μετάφραση μπορούν να ενταχθούν δραστηριότητες όπως οι παρακάτω:

1. Χρησιμοποιείται μια ακολουθία σημάτων από τους φοιτητές/νηπιαγωγούς (π.χ. κόκκινο/κίτρινο, μαντήλι/μπαλόνι) και τα παιδιά πρέπει να κάνουν κάποιες προσυμφωνημένες κινήσεις (π.χ. 1 φορά παλαμάκια/2 φορές χτύπημα ποδιών) ή να αναπαράγουν κάποια ηχητικά σήματα στο ξυλόφωνο.

Στην περίπτωση αυτή, τα παιδιά συνδέουν αποσπασματικά κάθε ένα όρο της μιας κανονικότητας με ένα όρο της άλλης, χωρίς να έχουν ολοκληρωμένη αίσθηση, ούτε για τη μία κανονικότητα, ούτε για την άλλη.

2. Δίνεται μια ακολουθία 3 γεωμετρικών σχημάτων (κύβος, πυραμίδα, παραλληλεπίπεδο) και τα παιδιά πρέπει να το αναπαράγουν με ηχητικές κινήσεις (μια παλαμάκια για τον κύβο, 2 παλαμάκια για την πυραμίδα και



ένα χτύπημα ποδιών για το παραλληλεπίπεδο) και έτσι η κανονικότητα τύπου ΑΒΓ μεταφράζεται σε κανονικότητα τύπου ΔΔΔΕ.

**Λεκτική περιγραφή.** Σε 5 μόνο δραστηριότητες (8,9%) ζητήθηκε από τα παιδιά να περιγράψουν λεκτικά την κανονικότητα. Επισημαίνουμε ότι οι 4 από αυτές έγιναν από την ίδια ομάδα φοιτητριών. Σε αυτές τις δραστηριότητες δόθηκε βαρύτητα στον εντοπισμό της μονάδας και στο πλήθος των επαναλήψεων. Σε καμία από τις δραστηριότητες δεν εμφανίστηκε η συσχέτιση του όρου της κανονικότητας με τη θέση του.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, περιγράφοντας τις οδηγίες που έδωσαν οι ίδιες στα παιδιά, ή από εκφωνήσεις ασκήσεων σε φύλλα εργασίας, οι φοιτήτριες φαίνεται να χρησιμοποίησαν τη «ρυθμική» περιγραφή (π.χ. «ένα μήλο κόκκινο, ένα μήλο πράσινο και εναλλάξ», βλ. Εικόνα 2).

### **Οργάνωση δραστηριοτήτων**

Σε γενικές γραμμές, οι φοιτήτριες έλαβαν υπόψη τους παράγοντες που αυξάνουν τη δυσκολία των κανονικοτήτων για τα παιδιά, εστιάζοντας κυρίως στο πλήθος των στοιχείων της μονάδας επανάληψης και ξεκινώντας με εμπράγματα/αισθητηριακές αναπαραστάσεις. Ωστόσο, υπήρχε υπήρχαν και 3 περιπτώσεις εργασιών, στις οποίες οι δραστηριότητες ξεκίνησαν με συνθετότερες μορφές (ΑΑΒΑΑΒ, ΑΒΓΑΒΓ, ΑΒΓΔΕΕΑΒΓΔΕΕ) και ακολούθησαν οι απλούστερες.

### **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΣΥΖΗΤΗΣΗ**

Συνοψίζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να πούμε ότι η συνολική εικόνα δείχνει ότι το θεματικό πεδίο των κανονικοτήτων είναι ιδιαίτερα απαιτητικό για τις φοιτήτριες/μελλοντικές νηπιαγωγούς, τόσο όσον αφορά την κατανόησή τους, όσο και τη διδακτική τους διαχείριση (Economopoulos, 1998; Waters, 2004).

Πράγματι, υπάρχουν σαφείς αλλά και αποχρώσες ενδείξεις ότι, σε σημαντικό βαθμό, οι φοιτήτριες αντιμετωπίζουν εννοιολογικές δυσκολίες με την κανονικότητα. Το πρώτο τεκμαίρεται από τις περιπτώσεις "κανονικοτήτων" στις οποίες υπάρχει μια αλληλουχία μορφών, κινήσεων, χρωμάτων, που όμως δε διέπεται από ένα σταθερό κανόνα. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι αυτές οι φοιτήτριες έχουν μια "ολιστική" αντίληψη για την κανονικότητα ("αν υπάρχει μια σειρά και κάποιο είδος επανάληψης, τότε είναι κανονικότητα"). Ένας άλλος δείκτης είναι η "μετάφραση" κανονικοτήτων κατά τρόπο τέτοιο ώστε να μεταβάλλεται η δομή τους (π.χ., το πλήθος των στοιχείων της μονάδας επανάληψης).

Από την άλλη μεριά, αναλύοντας τις διδακτικές επιλογές των φοιτητριών, διαφαίνεται ότι σε μεγάλο βαθμό, έχουν μια περιορισμένη αντίληψη για την κανονικότητα: Εστιάζουν στην δεδομένη a priori κανονικότητα και παραβλέπουν την κανονικότητα ως χαρακτηριστικό μιας κατάστασης που

διαπιστώνεται a posteriori. Προς αυτήν την κατεύθυνση συνηγορούν δύο βασικά ευρήματα της ανάλυσης των διδασκαλιών. Το πρώτο είναι η απουσία, ουσιαστικά, δραστηριοτήτων στις οποίες τα παιδιά καλούνται να αναγνωρίσουν μια κανονικότητα. Το δεύτερο είναι η μεγάλη συχνότητα εμφάνισης δραστηριοτήτων συνέχισης και κατασκευής, στις οποίες η μονάδα επανάληψης δίνεται μόνο μία φορά και συνοδεύεται από οδηγία επανάληψης. Και στις δύο περιπτώσεις, η κανονικότητα είναι δεδομένη εκ των προτέρων (για τη νηπιαγωγό) και τα παιδιά καλούνται να την πραγματώσουν ακολουθώντας την οδηγία και όχι να την αναγνωρίσουν. Στο ίδιο πλαίσιο θα μπορούσε να ενταχθεί και η περίπτωση "μετάφρασης" όπου οι όροι μιας κανονικότητας (δεδομένης μόνο για τις φοιτήτριες) αντιστοιχίζονται αποσπασματικά ένας προς έναν με τους όρους μιας κανονικότητας που παράγουν τα παιδιά, χωρίς αυτά να έχουν ολοκληρωμένη εικόνα για καμία από τις δύο κανονικότητες.

Σημειώνουμε, επίσης, ότι οι φοιτήτριες στην πλειοψηφία τους παραβλέπουν τη σημασία της λεκτικής περιγραφής των μοτίβων, ως ένα μέσο για να εστιάσουν τα παιδιά στη δομή της κανονικότητας (Τζεκάκη, 2010), παρά το γεγονός ότι κατά την προετοιμασία τους δόθηκε ιδιαίτερη βαρύτητα σε αυτή την πτυχή. Συνακόλουθα, στη μεγάλη πλειοψηφία τους, δεν ενέταξαν στο σχεδιασμό τους δραστηριότητες σχετικά με τον εντοπισμό της μονάδας και τη συσχέτιση του όρου με τη θέση του. Επιπλέον, όταν οι ίδιες περιγράφουν εξελισσόμενα μοτίβα στα παιδιά (συνήθως ως οδηγία για την κατασκευή τους) καταφεύγουν συνήθως στη ρυθμική περιγραφή.

Θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε, ότι τα ευρήματα αυτά υποδεικνύουν ότι οι φοιτήτριες δεν αντιλαμβάνονται τη σημασία της σχέσης μεταξύ των δομικών στοιχείων της κανονικότητας. Όμως, ενδεχομένως, οι επιλογές αυτές να μην είναι πάντα απόρροια της περιορισμένης εννοιολογικής αντίληψης των φοιτητριών για την κανονικότητα, αλλά να αντικατοπτρίζουν την προσπάθειά τους να διασφαλίσουν ότι οι "στόχοι" της δραστηριότητας είναι σαφείς για τα παιδιά και ότι η δραστηριότητα θα ολοκληρωθεί με επιτυχία. Αυτό συνάδει με περιγραφές της διδασκαλίας που συναντήσαμε σε πολλές από τις εργασίες, στις οποίες δηλώνοταν ρητά ότι οι φοιτήτριες ξεκίνησαν εξηγώντας λεκτικά στα παιδιά τι είναι μοτίβο (αν και δεν είναι σαφές από τις περιγραφές τους το πώς έγινε αυτό), έδωσαν παραδείγματα και στη συνέχεια προχώρησαν στις δραστηριότητες με τα παιδιά. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι αυτά είναι στοιχεία μιας «παραδοσιακής» αντίληψης για τη διδασκαλία των μαθηματικών, η οποία περιορίζει τις ευκαιρίες των παιδιών να ανακαλύψουν τις μαθηματικές ιδέες.

Δεδομένης της σημασίας της προετοιμασίας των εκπαιδευτικών προκειμένου να διδάξουν μαθηματικά, ιδιαίτερα στις μικρές ηλικίες και ειδικότερα όσον αφορά τις κανονικότητες (Clements & Sarama, 2009; Κυλάφης, 2009), οι παραπάνω διαπιστώσεις οδηγούν σε ένα βασικό και





πολυδιατυπωμένο ερώτημα: ποια μαθηματική και παιδαγωγική γνώση χρειάζονται οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί; Πώς πρέπει να οργανώσουμε τη διδακτική προσέγγισή μας, ειδικά σε θεματικές περιοχές που ελάχιστα έχουν διδαχθεί στη σχολική τους ζωή, ώστε να μπορούν να διαχειριστούν διδακτικά το μαθηματικό περιεχόμενο;

Τα ευρήματά μας υποδεικνύουν ορισμένα στοιχεία τα οποία θα ήταν ωφέλιμα για το σχεδιασμό της προετοιμασίας των μελλοντικών εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία κανονικοτήτων με στόχο την ανάπτυξη της αλγεβρικής και συναρτησιακής σκέψης. Συγκεκριμένα, φαίνεται ότι οι πρέπει να αφιερωθεί περισσότερος χρόνος στο να αναγνωρίσουν, να μεταφράσουν, να επινοήσουν/κατασκευάσουν και, κυρίως, να περιγράψουν οι ίδιες οι φοιτήτριες κανονικότητες, σε κατάλληλο επίπεδο δυσκολίας. Επίσης, είναι σημαντικό να αξιολογήσουν σχετικές δραστηριότητες ως προς τι πραγματικά καλούνται να κάνουν τα παιδιά, ενδεχομένως και δραστηριότητες με τα χαρακτηριστικά αυτών που αναλύθηκαν σε αυτή την εργασία. Τέλος, φαίνεται ότι είναι ιδιαίτερα σημαντικό να αφιερωθεί χρόνος για την ανατροφοδότησή τους σε σχέση με το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων τους πριν και μετά τη διδασκαλία.

## ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. Ο αγγλικός όρος *pattern* αποδίδεται στα ελληνικά με πολλούς διαφορετικούς τρόπους, εκ των οποίων οι όροι *μοτίβο*, *πρότυπο* και *κανονικότητα* έχουν χρησιμοποιηθεί στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης (π.χ. ΔΕΠΣ-ΑΠΣ, Τζεκάκη (2010), Πιλοτικό ΑΠΣ). Στην εργασία αυτή θα χρησιμοποιούμε τον όρο *κανονικότητα* και τους όρους *επαναλαμβανόμενο* και *εξελισσόμενο μοτίβο*, οι οποίοι έχουν επικρατήσει στο χώρο όταν αναφερόμαστε στο συγκεκριμένο είδος κανονικότητας.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: the learning trajectories approach*. New York, NY: Routledge.
- Economopoulos, K. (1998). What comes next? The mathematics of pattern in kindergarten. *Teaching Children Mathematics*, 5(4), 230-233.
- Κυλάφης, Π. (2009). *Ο ρόλος των patterns στη μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα*. Αδημοσίευτη μεταπτυχιακή διατριβή. Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών. Ανακτήθηκε από [http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl\\_kylafis.panagiotis.pdf](http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl_kylafis.panagiotis.pdf)
- Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.
- Mulligan, J. & Michemore, M. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 309-330.



- Skoumpourdi, C. (2013). Kindergartners' performance on patterning. *International Journal for Mathematics in Education (Hellenic Mathematical Society)*, 5. 108-131.
- Τζεκάκη, Μ. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζυγός.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). Νέο Πρόγραμμα Σπουδών, Επιστημονικό πεδίο: Προσχολική-Πρώτη Σχολική Ηλικία (Β' μέρος). Ανακτήθηκε από <http://ebooks.edu.gr/info/newps>
- Waters, J. L. (2004) A study of mathematical patterning in early childhood settings. In I. Putt, R. Faragher, & M. MacLean (Eds.), *Proceedings of the 27<sup>th</sup> Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 2, pp. 321-328). Sydney, Australia: MERGA.